



SEGUNDO
AÑO

FISICA

BACHILLERATO ORIENTADO EN CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIZADO EN CARTOGRAFIA

INTRODUCCIÓN A LA MATERIA

La Física nos propone una excelente aventura, la de advertir los fenómenos que ocurren en la naturaleza e intentar explicarlos, establecer por qué ocurren así y no de otra manera.

El estudio de la ciencia nos impone la permanente presencia del “¿por qué?”. ¿Por qué un cuerpo cae?, ¿Por qué no cae?, ¿Por qué flota?, ¿Por qué deslizarlo por un plano inclinado?, ¿Por qué se enciende una luz?, Por supuesto que existen muchos más interrogantes, que conformarían una lista que tal vez sería imposible terminar.

Este desafío nos exige razonar, pues solo así entenderemos lo que nos proponemos aprender. De nada sirve memorizar lo que no se entiende, es por eso que, solo a través del esfuerzo, lograremos una integración de conocimientos y aptitudes que nos permitirán interpretar y resolver no solo las situaciones que presentaremos en este módulo, sino aquellas que pudieran presentarse en el futuro.

Esta actitud mental nos permitirá enfrentar cualquier problema, científico o no, ya que la Física impondrá más orden y sistematización al mundo de nuestras ideas.

La tarea no será sencilla, se presentarán inconvenientes que, si los aceptamos como desafíos nos predispondrán mejor para intentar nuestra gran aventura.

UNIDAD N° 1: MAGNITUDES FÍSICA

Magnitudes físicas.

Entes físicos.

Cantidades y magnitudes.

¿Qué es medir?

Las unidades fundamentales.

Metro.

Metro cuadrado.

Metro cúbico.

Litro.

Segundo.

Kilogramo-fuerza.

Magnitudes escalares y vectoriales.

Errores experimentales.

Errores sistemáticos.

Errores accidentales.

MAGNITUDES FÍSICAS

ENTES FÍSICOS

En física se denomina **ente** a toda causa de un efecto observable. Por ejemplo, al observar el vuelo de un misil, atribuimos al mismo (efecto), a un **ente** (causa), que denominamos **fuerza** de empuje, producida en este caso por la salida de gases de combustión de sus toberas.

CANTIDADES Y MAGNITUDES

Se denomina **cantidad** a todos los efectos o propiedades observables comparables entre sí. **Un conjunto de cantidades comparables todas entre sí, dos a dos, define una magnitud.**

Por ejemplo:

a) la distancia entre dos puntos, la altura de una montaña, el calibre de un cañón son comparables entre sí, por lo que son entonces, cantidades de la magnitud llamada **longitud**.

b) las duraciones del vuelo de un proyectil y la de una comunicación de radio, etc., son comparables entre sí, por lo que son cantidades de la magnitud llamada **tiempo**.

c) los esfuerzos necesarios para levantar un proyectil, para deformar un resorte, son comparables entre sí, por lo tanto son cantidades de la magnitud llamada **fuerza**.

¿QUÉ ES MEDIR?

Tal vez deberíamos a esta altura, hacernos la siguiente pregunta, ¿qué es **medir**? **Medir** no es otra cosa que **comparar** una cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud fijada de manera arbitraria como unidad. Es importante destacar que las unidades son fijadas mediante convenciones (acuerdo entre científicos, etc.).

Por ejemplo, si se desea medir el largo del camión, se deberá determinar cuántas veces el metro cabe en esa distancia (su largo), lo que significa comparar el largo del camión con el de la herramienta conocida como metro. Así, lo que en realidad obtendremos no es otra cosa que el cociente entre el largo del camión y el del metro.

Supongamos que al efectuar la medición del largo del camión se encuentra que el metro cabe **cuatro** veces en su largo, entonces el número **cuatro** constituye la medida de su

largo. Si decimos 4m habremos dado el valor de esa cantidad, pues es un número concreto formado por la **medida** y la **unidad** utilizada.

LAS TRES UNIDADES FUNDAMENTALES

Como vimos, para medir necesitamos de unidades. Definiremos pues tres unidades fundamentales: la de longitud, la de tiempo y la de fuerza.

Metro (m): En 1983, en la Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en París, se define como metro a la longitud del trayecto recorrido por la luz, en el vacío, en un período de $1/299.792.458$ de segundo.

Segundo (s): Desde tiempos remotos, la rotación de la tierra brinda un patrón de medición de tiempo. Se establece como día solar al intervalo de tiempo entre dos pasadas aparentes y consecutivas del Sol, por el meridiano del lugar. Debido a que la velocidad de rotación de la Tierra no es constante, los días solares llegan a diferir entre sí hasta en 7 minutos. Por esa razón se tomó como referencia el día solar medio, definiéndose el segundo como la 86.400 va parte del mismo, número que surgió al dividir al día en 24 horas, la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos ($24 \times 60 \times 60 = 86.400$).

Es decir:

$$1 \text{ segundo} = \frac{1 \text{ día solar medio}}{86.400}$$

Kilogramo fuerza(Kg): La unidad de fuerza o peso (ya que son conceptos equivalentes, como veremos en el capítulo de *dinámica*), recibir el nombre de kilogramo fuerza y es el peso del kilogramo patrón depositado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, cuando está ubicado al nivel del mar y a 45° de latitud.

MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Las magnitudes con que trabajaremos en este módulo de Física pueden dividirse en dos categorías, las **magnitudes escalares** y las **magnitudes vectoriales**.

a) **magnitudes escalares:** son las que quedan perfectamente determinadas con solo dar el valor de la cantidad. Por ejemplo: si a Ud. le indican cargar 20 litros de gas oíl en el tanque de un camión, no tendrá ninguna duda para interpretar el pedido. Son magnitudes de este tipo la temperatura, el volumen, la superficie, el tiempo y el peso específico.

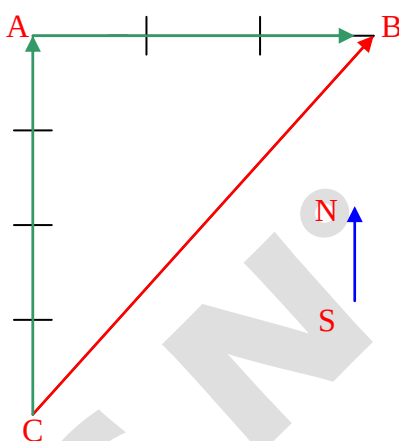
b) **magnitudes vectoriales:** si durante un ejercicio de campaña, le dan como dato que la velocidad de un proyectil es de 1.280 km/h , la información que Ud. recibe es *incompleta*, ya que ignora la dirección de su trayectoria, N-S, E-O, etc., y aún conociéndola, tampoco sabe en que sentido se dirigía: hacia el sur, hacia el este, etcétera.

En una palabra para que la trayectoria quede perfectamente determinada, deberán indicarle:
1) el valor de la velocidad; 2) la dirección; 3) el sentido.

Las magnitudes que requieren toda esta información para ser definidas, reciben el nombre de **vectoriales**. Se representan por un segmento orientado o vector. Son magnitudes de este tipo, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

ALGO PARA SABER

Un experto en desactivar minas terrestres debe caminar, desde su refugio, 40 m de S a N y después otros 30 m de O a E.



El vector CA indica el primer desplazamiento. Como puede observar ese vector suministra toda la información necesaria, pues como queda mostrado indica de donde partió, en que dirección y en que sentido lo hizo, y que distancia recorrió. Esto último se deduce teniendo en cuenta que el vector fue representado en la escala 1 división / 10 m. El punto C, origen del vector, se llama **punto de aplicación**. La recta de sostén sobre la que está representado da la **dirección**. El extremo del vector (punta de la flecha) indica el **sentido**. La longitud del vector de acuerdo con la escala utilizada determina el **valor de la cantidad**, en nuestro caso el valor del desplazamiento. Pregúntese ahora, ¿Cuál será el resultado final del recorrido?. Adelantemos la respuesta, es el cambio de lugar de C a D que puede representarse por el vector CB que indica que, de haberse desplazado en esa dirección y sentido, la persona habría tenido que caminar solamente 50 m. Dicho vector es la “suma” o resultante de los desplazamientos $CA + AB = CB$.

La suma que se ha indicado es diferente de la suma común o escalar a la que estamos acostumbrados; esta es una suma vectorial que tiene sus propias reglas de resolución.

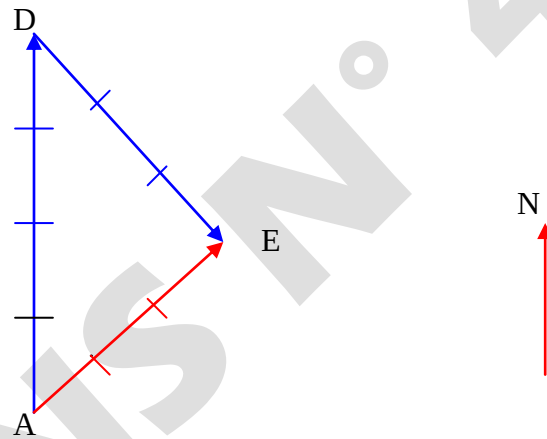
Veamos lo siguiente, si Ud. suma escalarmente obtendrá $40\text{ m} + 30\text{ m} = 70\text{ m}$, en cambio, sumando vectorialmente el resultado será 50 m. Recuerde que para resolver esta suma vectorial se debe aplicar el teorema de PITÁGORAS, (que enuncia: la suma de los

cuadrados de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa), teniendo en cuenta que los segmentos CB y BA son los catetos del triángulo y el segmento CA es la hipotenusa. **Resulta entonces que la longitud es una magnitud escalar, mientras que el desplazamiento es vectorial.**

Remarquemos esto, el desplazamiento es la distancia a la que efectivamente se alejó de su posición original, es decir fue de C a B, mientras que la longitud del camino que realizó (espacio recorrido) es de C a B primero y de B a A después.

Sin embargo la suma vectorial tiene otras propiedades interesantes que observar. Si nuestro experto en minas se desplazara 40 m de A a D y 30 de D a E, la resultante de los desplazamientos sería de 30 m

Como puede ver, la resultante de una suma vectorial no es siempre la misma, sino que depende del ángulo que formen los vectores.



Resulta muy claro que es muy importante saber si estamos trabajando con magnitudes escalares o vectoriales. Si el experto camina de A a F y retorna a A sobre la misma recta, resulta que caminó 50 m en un sentido y 50 m en el sentido contrario, en cuyo caso el resultado de la suma vectorial será 0 m. Esto es porque los dos vectores desplazamiento se encuentran sobre la misma recta, tienen el mismo valor y sentido contrario.



Note la diferencia entre la longitud (magnitud escalar) y el desplazamiento (magnitud vectorial), el hombre caminó 100 m y su desplazamiento es nulo.

Simbólicamente: $AF + FA = 100 \text{ m}$ y $AF + FA = 0$

ERRORES EXPERIMENTALES

Propóngase calcular la suma vectorial del primer ejemplo, efectuando al principio el ejercicio en forma gráfica y después aplicando PITÁGORAS. El valor de la suma es único y sin embargo seguramente encontrará diferencias entre el valor calculado y el valor medido. Esto es común ya que siempre que se mide una cantidad con un doble decímetro por ejemplo, ocurre lo mismo. **Los diferentes valores que se obtienen al medir con toda la precisión posible una misma cantidad, se deben a errores experimentales.**

Como su profesión le exigirá a menudo efectuar mediciones, es importante que conozca el origen de los errores experimentales y aprenda a manejarse con medidas afectadas de errores. El resultado de la medición de una cantidad física es un número que depende:

- a) De lo que se mide.
- b) Del procedimiento de medida.
- c) Del instrumento utilizado.
- d) Del observador
- e) De otros factores.

Los distintos elementos que influyen en la determinación de la medida de una cantidad inevitablemente están sujetos a fluctuaciones. Ud. debe saber que no existe un procedimiento que al repetirse indefinidamente, arroje medidas exactamente exactas. Debido a esto, cuando una misma cantidad es medida repetidas veces, se obtiene una serie de valores que difieren entre sí en pequeñas cantidades. Como consecuencia, el *valor verdadero* de una cantidad no tiene sentido físico. Esto le puede resultar asombroso, pero sepa Ud. que, en un proceso de medición a lo máximo que podemos aspirar es a determinar el **valor más probable** así indicar los **límites posibles del error**.

ERRORES SISTEMÁTICOS Y ACCIDENTALES

Al efectuar una medición Ud. puede cometer dos tipos de errores: sistemáticos y accidentales.

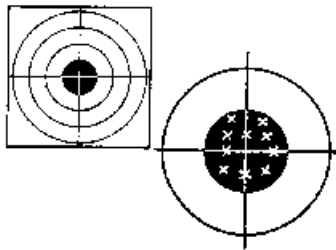
Errores sistemáticos: son siempre prácticamente iguales y afectan la medida en un sentido determinado. Como es posible ponerlos de manifiesto, puede luego aplicarse las correcciones que los eliminan. Suponga que Ud. se encuentra en un polígono de tiro y que es un experto tirador. Su arma tiene la mira defectuosa, por lo que comete errores en los primeros impactos, no obstante podrá ir corrigiendo las desviaciones hasta lograr mejores resultados. Los errores sistemáticos provienen de:

- a) Errores de calibración del aparato de medida.
- b) Utilización de un instrumento apto pero que no se adecua para efectuar la medida que se desea realizar.
- c) Influencia grosera del observador.
- d) Utilización de una teoría defectuosa.
- e) Empleo de una información no adecuada.

Errores accidentales: afectan la medida en valores que no pueden ser determinados, dentro de ciertos límites, y que en una misma probabilidad pueden ser por exceso o por defecto (positivos o negativos).

Pueden provenir:

- a) Del propio observador que al realizar una lectura, comete pequeños errores de apreciación.
- b) Del instrumento de medida que puede sufrir, por ejemplo algún tipo de deformación, tensiones accidentales en los soportes de sus partes vitales, etc.
- c) De pequeñas variaciones de las condiciones ambientales tales como: presión, temperatura, humedad, velocidad relativa del viento, etc., que influyen en la cantidad que se desea medir.
- d) De factores desconocidos. Un ejemplo de este tipo de error, es que ocurre cuando personal especializado verifica la dispersión en los puntos de impacto de un fusil cuando el mismo se encuentra fijado en un soporte.



En este caso, por razones que en principio pueden resultar desconocidas (por ejemplo variación en la cantidad de pólvora colocada dentro de los proyectiles), todos los impactos pueden quedar distribuidos al azar dentro del círculo de puntuación máxima del blanco de tiro. Es evidente que los errores son accidentales.

La teoría del error utiliza medidas afectadas de errores accidentales y determina el tratamiento matemático a seguir para determinar, el **valor más probable**, su **límite posible de error**, y la **precisión de la medida**. (1)

(1). Castiglioni, Perazzo y Rela. FÍSICA 1, pag. 18. Editorial Troquel, Bs. As., 1981.

UNIDAD 1: Medidas

Un poco de historia...

Tal como nos cuentan Repetto, Linskens y Fesquet en su libro de Aritmética II, capítulo 7, desde la antigüedad los distintos pueblos obligados por las necesidades comerciales, de construcción y de medición de tierras, adoptaron independientemente distintas unidades para medir las cantidades de las diferentes magnitudes, y se comprende que las primeras fueran las unidades de longitud y peso.

Así, es indudable que los egipcios, 3000 años antes de Cristo, debieron efectuar mediciones para la construcción de Pirámides.

Medidas egipcias antiguas

En el museo británico de Londres se conserva un tratado escrito por un egipcio en el año 1550 antes de J.C.

Estas primeras mediciones fueron simplemente aproximadas y las unidades elegidas para medir las longitudes estuvieron relacionadas, en general, con algunas partes del cuerpo humano, como el brazo, el pie y la mano.

La primera unidad de longitud definida fue el codo, a menudo mencionado en la Biblia, que era la longitud del antebrazo desde la parte saliente del codo doblado hasta la extremidad del dedo medio extendido.

Otras de las unidades de longitud fueron el palmo, igual al ancho de la mano extendida en la base de los dedos; el dedo, igual al ancho de un dedo, el pie, igual a la longitud del pie extendido y la pulgada, igual al ancho del dedo pulgar.

Posteriormente, en el Siglo XIV de nuestra era se determinaron, en Inglaterra, algunas medidas de longitud que con algunas variantes se utilizan actualmente.

Así, en el año 1324, el rey Eduardo II decretó que se adoptara como pulgada al triplo de la longitud de un grano de cebada tomado desde el centro de la espiga.

Otro rey, Enrique I, ordenó adoptar como yarda a la distancia que mediaba desde el extremo de su nariz hasta el extremo de su pulgar con el brazo extendido.

En otros países, como en España, la unidad principal de longitud que se adoptó fue la vara, aproximadamente igual a 0,866 m.

En lo que respecta a las medidas de peso, los comerciantes de los pueblos primitivos, mientras intercambiaban la madera, cebada, etc., podían conformarse con medir aproximadamente esas mercaderías y venderlas por la “carga de un burro”, es decir, el peso del material que pudiera cargar término medio un burro, pero, cuando comerciaron con mercaderías más costosas, fue necesario ser más preciso en la medición, y así, los asirios y los babilonios utilizaron la balanza de brazos iguales, con pesas metálicas.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

La diversidad de unidades de medidas existentes, la falta de precisión de las mismas y las relaciones incómodas entre los submúltiplos, que dificultaba las reducciones, acarrearaban serias complicaciones para el intercambio comercial.

Para salvar estos inconvenientes en 1790, inmediatamente después de la Revolución, la Asamblea Constituyente francesa encargó a la Academia de Ciencias la organización de un sistema de Pesas y Medidas que tuviera una unidad cómoda e invariable y que se caracterizara por la simplicidad de sus reducciones. La comisión, presidida por Delambre y Mechain, adoptó como unidad fundamental la diezmillonésima parte de la longitud de un cuarto de meridiano terrestre, a esta unidad se le dio el nombre de metro.

El sistema de medidas adoptado por la comisión francesa se denominó sistema métrico decimal. Se llama métrico porque la base es el metro, y decimal porque la razón entre los múltiplos y submúltiplos homogéneos es siempre potencia de diez.

Se comprende que estas relaciones simplifican el cálculo, pues las reducciones se hacen de acuerdo con las reglas de multiplicación y división por la unidad seguida de ceros.

MEDIDAS DE LONGITUD

La unidad de las medidas de longitud es el metro. Cada metro o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior, relaciones que se expresan en el esquema siguiente.

	Nombre	Notación	Equivalente en m
Múltiplos	Miriámetro	Mam	10000 m
	Kilómetro	Km	1000 m
	Hectómetro	Hm	100 m
	Decámetro	Dam	10 m
Unidad	Metro	M	1 m
Submúltiplos	Decímetro	Dm	0,1 m
	Centímetro	Cm	0,01 m
	Milímetro	Mm	0,001 m

Además, para medir longitudes inferiores al milímetro, se utiliza la milésima parte del milímetro llamada **micrón**, que, se expresa simbólicamente por la letra griega μ .

Así, **1 micrón = 1 μ = 0,001 mm, o sea 1000 μ = 1 mm**

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Dado que una unidad de orden dada es 10 veces la orden inmediato inferior y $1/10$ la del orden inmediato superior, se deduce que para transformar una medida de longitud dada en otra de orden inmediato inferior, se multiplica por 10, y para los órdenes siguientes por 100, 1000, etc. Para transformarla en otra de orden inmediato superior se divide por 10 y para el siguiente en 100, etc.

Dado lo que se acaba de decir se deduce que, en la expresión de una longitud, a cada unidad de un cierto orden corresponde el lugar ocupado por una sola cifra. Sea, por ejemplo, la expresión 135,26 m.

Recordando el orden de los múltiplos y submúltiplos se tiene:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	3	5	2	6	

Como se ve, el lugar ocupado por el 5 corresponde a los metros, el del 3, a los decímetros, el del 1 a los hectómetros, el del 2, a los decímetros y el del 6 a los centímetros.

Luego:

$$135,26 \text{ m} = 1,3526 \text{ hm} = 13,526 \text{ dam} = 1352,6 \text{ dm} = 13526 \text{ cm}$$

Por lo tanto, para expresar una cantidad de longitud en otra de orden distinto, basta colocar la coma a la derecha de la cifra a la que corresponde el orden pedido. Si las cifras significativas no alcanzan para el orden buscado, los lugares se complementan con ceros.

Ejemplo: Sea reducir 42,05 m a km.

Aplicando el procedimiento dado:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	0,	0	4	2	0	5

se obtiene pues: $42,05 \text{ m} = 0,04205 \text{ km}$. En verdad no es necesario escribir la denominación que corresponde a cada cifra, pues es fácil retener mentalmente dicha correspondencia.

Sea reducir 817,5 cm a m. Aplicando el procedimiento dado:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		8	1	7	5	

se tiene: $817,5 \text{ cm} = 8,175 \text{ m}$

Para medición de longitudes enormes, como ejemplo las interplanetarias, se utiliza como unidad un año luz, que es la longitud del camino recorrido por la luz en un año. Como la velocidad de la luz es, 300000 km/seg, el año luz es de unos 9,5 billones de km.

Medidas efectivas. La ley autoriza el empleo de algunos instrumentos para medir longitudes, llamadas *medidas efectivas*, a los que se les da la forma que más conviene al uso a que se destinan.

Las medidas efectivas de longitud son: el *metro*, dividido en decímetros, centímetros y milímetros, generalmente de madera: el decímetro y doble decímetro, utilizado para dibujo, que generalmente es de plástico, la cadena de agrimensor, que es metálica, el metro plegadizo que utilizan los carpinteros, que generalmente es de madera o de plástico, la

cinta métrica, el llamado centímetro de las modistas, que tiene 1,50 m de largo y generalmente es de hule o plástico.

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

La unidad de las medidas de superficie es el **metro cuadrado**, o sea, la superficie de un cuadrado cuyo lado tiene la longitud de 1 metro. Cada múltiplo o submúltiplo es 100 veces el inmediato inferior, relaciones que se expresan en el esquema siguiente:

	Nombre	Notación	Equivalente en Metros cuadrados
Múltiplos	Kilómetro cuadrado	Km ²	1000000 m ²
	Hectómetro cuadrado	hm ²	10000 m ²
	Decámetro cuadrado	dam ²	100 m ²
Unidad	Metro cuadrado	m ²	1 m ²
Submúltiplos	Decímetro cuadrado	dm ²	0,01 m ²
	Centímetro cuadrado	cm ²	0,0001 m ²
	Milímetro cuadrado	mm ²	0,000001 m ²

Reducción de medidas de superficie

Como cada unidad de un orden dado es 100 veces la del orden inmediato inferior, y 1/100 de la del orden superior, para transformar una medida de superficie dada en otra de orden inmediato inferior, se la multiplica por 100, y para los órdenes siguientes por 10000, 100000, etc. Para transformarla en otra del orden inmediato superior se la divide por 100, y por 10000 y por 100000, etc., para los sucesivos.

De lo que se acaba de decir se deduce que, en la expresión de una medida de superficie, a cada unidad de cierto orden corresponden los dos lugares ocupados por cada dos cifras consecutivas.

Sea, por ejemplo, la expresión 231467,89 m².

Recordando el orden de los múltiplos y submúltiplos se tiene:

km² hm² dam² m² dm² cm² mm²
 23 14 67 89

Luego:

$$231467,89 \text{ m}^2 = 23,146789 \text{ hm}^2 = 2314,6789 \text{ dam}^2 = 23146789 \text{ dm}^2$$

Por lo tanto, en las medidas de superficie para expresar una cantidad en otra de orden distinto basta colocar la coma a la derecha de las cifras (que puede ser una sola) que corresponden al orden pedido. Si las cifras significativas no alcanzan para el orden buscado, los lugares se completan con ceros.

Ejemplo: Sea reducir 543,29 dm² a hm²

Aplicando el procedimiento dado:

km² hm² dam² m² dm² cm² mm²
 0, 00 05 43 29

Se obtiene $543,29 \text{ dm}^2 = 0,00054329 \text{ hm}^2$

Sea reducir $0,87 \text{ m}^2$ a cm^2

Aplicando el procedimiento dado:

$\text{m}^2 \quad \text{dm}^2 \quad \text{cm}^2$
 $0, \quad 87 \quad 00$

Se obtiene $0,87 \text{ m}^2 = 8700 \text{ cm}^2$

SISTEMA AGRARIO

Para medir la superficie de los campos, la unidad m^2 resulta muy pequeña, por eso se adoptan para estos casos las llamadas *medidas agrarias*. Esta palabra proviene de la voz latina *agro*, que significa campo. Como unidad de las medidas agrarias se elige el dam^2 , que en este sistema recibe el nombre especial de *área*. Hay un solo múltiplo, la hectárea, que es igual a 100 áreas y en consecuencia, equivale al hm^2 , hay un solo sub múltiplo la centiárea, que es igual a 0,01 área, y en consecuencia, equivale a 1 m^2 .

Las relaciones que se acaban de expresar y las abreviaturas correspondientes figuran en el siguiente cuadro:

	Nombre	Abreviatura	Equivalente en Áreas	Equivalente en sistema métrico
Múltiplo	Hectárea	Ha	100 a	$10000 \text{ m}^2 = 1 \text{ hm}^2$
Unidad	Área	a	1 a	$100 \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$
Submúltiplo	Centiárea	ca	0,01 a	1 m^2

Reducción de medidas agrarias

De las equivalencias anteriores se deduce que, para efectuar reducciones de medidas agrarias a métricas o de medidas agrarias entre sí, se sigue el mismo procedimiento práctico que para la resolución de problemas de superficie.

Ejemplos:

Sea reducir $0,3456 \text{ ha}$ a dm^2

$\text{ha} \quad \text{a} \quad \text{ca} \quad \text{dm}^2$
 $\text{hm}^2 \quad \text{dam}^2 \quad \text{m}^2$

0, 34 56 00

Luego: $0,3456 \text{ ha} = 345600 \text{ dm}^2$

Sea reducir **45672 dm² a áreas**

a ca dm²
dam² m²
4, 56 72

Luego $45672 \text{ dm}^2 = 4,5672 \text{ áreas}$

Sea reducir **9841 ca a ha.**

ha a ca
0 98 41

Luego $9841 \text{ ca} = 0,9841 \text{ ha}$

[¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.](#)

La unidad es el *metro cúbico*, o sea, el volumen es un cubo cuya arista tiene la longitud de 1 metro. Cada múltiplo o submúltiplo es 1000 veces el inmediato inferior, relaciones que se expresan en el esquema siguiente:

	Nombre	Notación	Equivalente en m ³
Múltiplos	Kilómetro cúbico	Km ³	1000000000m ³
	Hectómetro cúbico	hm ³	1000000m ³
	Decámetro cúbico	dam ³	100m ³
Unidad	Metro cúbico	m ³	1m ³
Submúltiplos	Decímetro cúbico	dm ³	0,001m ³
	Centímetro cúbico	cm ³	0,000001m ³
	Milímetro cúbico	mm ³	0,000000001m ³

Reducción de medidas de volumen

En las medidas de volumen cada unidad de un orden es 1000 veces la del orden inmediato inferior y 0,001 de la del orden inmediato superior. Por consiguiente, para transformar una medida de volumen en otra del orden inmediata inferior se la multiplica por 1000, para los órdenes inferiores siguientes por 100000,1000000000,etc. Para transformarla en otra del orden inmediato superior, se la divide por 1000 y para los órdenes superiores sucesivos por 1000000, 1000000000,etc.

El procedimiento práctico para reducir medidas de volumen es análogo al indicado para la reducción de medidas de longitud y superficie, pero teniendo en cuenta que en este caso a cada unidad de un cierto orden corresponden los tres lugares ocupados por cada tres cifras consecutivas.

Ejemplos:

Sea reducir **5,113 dm³ a cm³:**

dm³ cm³
5 113

Luego $5,113 \text{ dm}^3 = 5113 \text{ cm}^3$

Sea reducir 3824 mm^3 a m^3

m^3 dm^3 cm^3 mm^3
 0 000 003 824

Luego $3824 \text{ mm}^3 = 0,000003824 \text{ m}^3$

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

La unidad es el *litro*, que es la capacidad de un cubo de 1 dm de lado, o sea 1 dm^3 . Cada múltiplo o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior, relaciones que se expresan en el esquema siguiente:

	Nombre	Notación	Equivalente en l
Múltiplos	Kilolitro	Kl	1000l
	Hectolitro	Hl	100l
	Decalitro	Dal	10l
Unidad	Litro	L	1l
Submúltiplos	Decilitro	Dl	0,1 l
	Centilitro	Cl	0,01 l
	Mililitro	ml	0,001 l

Reducción entre las medidas de volumen y de capacidad

Como por definición, 1 litro equivale a 1 dm^3 , teniendo en cuenta las relaciones entre los múltiplos y submúltiplos de las medidas de capacidad y las de volumen, pueden establecerse las equivalencias siguientes:

Capacidad	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
Volumen	m^3			dm^3			cm^3

Establecidas estas equivalencias, es fácil expresar una capacidad en medidas de volumen y recíprocamente.

Ejemplos:

Sea expresar 7 dl en cm^3

Aplicando el procedimiento práctico conocido, se tiene:

l dl cl ml
 dm^3 cm^3
 7 0 0

Luego $7 \text{ dl} = 700 \text{ cm}^3$

Sea expresar **2,538 m³ en litros.**

Aplicando el procedimiento práctico conocido, se tiene.

m
kl hl dal dm³
l dl cl
 2 5 3 8

Luego $2,538 \text{ m}^3 = 2538 \text{ litros}$.

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

La unidad de estas medidas es el *gramo*, que originalmente se determinó como el peso, en el vacío, de 1 cm³ de agua destilada a 4 grados centígrados y a 45° de latitud; pero mediciones posteriores demostraron que esa determinación no es del todo exacta.

A causa de la pequeñez de esta unidad se construyó un modelo 1000 veces más pesado denominado *kilogramo*, cuyo original se conserva en los Archivos de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París y se llama *kilogramo patrón*. En este sistema cada múltiplo o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior relaciones que se expresan en el esquema siguiente:

	Nombre	Notación	Equivalente en g
Múltiplos	Tonelada métrica	tm	1000000 g
	Quintal métrico	qm	100000 g
	Miriagramo	mag	10000 g
	Kilogramo	kg	1000 g
	Hectogramo	hg	100 g
	Decagramo	dag	10 g
Unidad	Gramo	g	1 g
Submúltiplos	Decigramo	dg	0,1 g
	Centigramo	cg	0,01 g
	Miligramo	mg	0,001 g

Reducción de medidas de peso

Como cada unidad de un orden es 10 veces la del orden inmediato inferior y 1/10 de la del orden inmediato superior, para transformar una medida de peso dada, en otra de orden inmediato inferior, se la multiplica por 10, y para los órdenes siguientes por 100, 1000, etc. Para transformarla en otra del orden inmediato superior se la divide por 10, y por 100, 1000, etc., para los sucesivos.

El procedimiento práctico a seguir para reducir medidas de peso es del todo análogo al indicado para la reducción de medidas de longitud y capacidad.

Ejemplos:

Sea reducir: **25 g a kg**

kg hg dag g
 0, 0 2 5

Luego $25 \text{ g} = 0,025 \text{ kg}$.

Sea reducir **45,321 kg a dag**.

Mag kg hg dag g

4 5 3 2 1

Luego $45,321 \text{ kg} = 4532,1 \text{ dag}$

Relaciones entre las medidas de volumen y peso

En la práctica se acepta como exacto que 1 cm^3 de agua destilada a 4 grados de temperatura y a 45 grados de latitud pesa un gramo, luego prácticamente se establecen las siguientes relaciones:

1 cm^3 de agua destilada a 4 grados de temperatura y 45° de latitud 1 g .
 1 dm^3 de agua destilada pesa 4° C de temperatura y 45° de latitud 1 kg .
 1 m^3 de agua destilada pesa 4° C de temperatura y 45° de latitud 1 tm

En los problemas de reducción siempre se hace referencia al agua destilada a 4° C de temperatura y 45° de latitud, que se dice, para abreviar, agua en condiciones normales.

Ejemplo:

Hallar el de $15,128 \text{ dm}^3$ de agua destilada en las condiciones normales:

$1 \text{ dm}^3 \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$
 $15,128 \text{ dm}^3 \dots\dots\dots 15,128 \text{ kg}$

Hallar el peso de $3,625 \text{ dal}$ de agua destilada en las condiciones normales:

a. $3,625 \text{ dal} = 36,25 \text{ l} = 36,25 \text{ dm}^3$
b. $1 \text{ dm}^3 \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$
 $36,25 \text{ dm}^3 \dots\dots\dots 36,25 \text{ kg}$

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. se tiene un cubo de hierro de 5 cm de arista, es decir, 125 cm^3 de volumen, que pesa 975 g : 1 cm^3 de ese hierro pesa $975 \text{ g} / 125 = 7,8 \text{ g}$.

El peso de 1 cm^3 de hierro es entonces de $7,8 \text{ g}$, ésta relación se expresa diciendo que el peso específico de ese hierro es de $7,8 \text{ g} / \text{cm}^3$.

Lo escribimos así $pe = 7,8 \text{ g} / \text{cm}^3$

Ejemplos:

100 cm^3 de cobre pesan 890 g : luego para el cobre se tiene:

$$pe = \frac{890 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3} = 8,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

55 cm^3 de aceite pesan $50,6 \text{ g}$: luego para el aceite se tiene:

$$pe = \frac{50,6 \text{ g}}{55 \text{ cm}^3} = 0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Si se determina el peso de 1 cm³ de otra sustancia, por ejemplo de oro, de níquel, de alcohol, de glicerina, etc., en general se obtiene para cada una resultados distintos, es decir, que cada sustancia tiene su peso específico. De lo dicho se deduce que:

El peso específico de una sustancia es igual al cociente de dividir el peso de una porción de esa sustancia expresado en gramos, y el volumen de la misma expresado en cm³.
De esta definición proviene la unidad de medida **g/ cm³**.

Si el volumen del cuerpo se expresa en mm³, dm³ o m³, el peso debe expresarse en las unidades correspondientes mg, kg, o tm, respectivamente. Luego las unidades de medidas de peso específico son:

$$\frac{\text{mg}}{\text{mm}^3}; \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; \frac{\text{tm}}{\text{m}^3}$$

de las cuales las más usadas son **g/ cm³** y **kg/ dm³**

Ejemplo:

Sea calcular el peso específico del mercurio, sabiendo que 500 cm³ pesan 6,8 kg. Como el volumen está expresado en cm³, para calcular el peso específico es necesario reducir previamente el peso a gramos o bien conservar el peso en kg y evitar decimales, es decir:

$$6,8 \text{ kg} = 6800 \text{ g}$$

$$pe = \frac{6800 \text{ g}}{500 \text{ cm}^3} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

También puede expresarse que el peso específico del mercurio es 13,6 kg/dm³.

Designado por P el peso y V el volumen de un cuerpo se tiene de acuerdo a lo dicho anteriormente:

$$Pe = \frac{P}{V}$$

expresados el peso y el volumen correspondientes

De la relación anterior se deducen:

$$P = Pe \cdot V$$

que expresa que el peso de un cuerpo es igual a su Peso específico por su Volumen.

$$V = \frac{P}{Pe}$$

V
que expresa que el volumen de un cuerpo es igual al peso del mismo dividido por su peso específico.

Ejemplos:

Hallar el peso de 5 m³ de arena, sabiendo que el peso específico de la arena es de 1,8 kg/m³.

$$P = V \cdot pe = 5 \text{ m}^3 \times 1,8 \text{ kg/ dm}^3 = 5000 \text{ dm}^3 \times 1,8 \text{ kg/ dm}^3 .$$

$$= (5000 \times 1,8) \text{ kg} = 9000 \text{ kg}$$

Hallar el volumen de 25 g de alcohol siendo el pe del alcohol 0,8 g/cm³

$$V = \frac{P}{Pe} = \frac{25 \text{ g}}{0,8 \text{ g/cm}^3} = \frac{25 \text{ cm}^3}{0,8} = 31,25 \text{ cm}^3$$

Existen otros sistemas de medición. Por ejemplo, para medir ángulos están los sistemas sexagesimal, centesimal, horario, radial y milesimal, cada uno con su respectiva unidad de medida.

Le recuerdo que el sistema de medición de ángulos más usado es el *sistema sexagesimal*, cuya unidad de medida es el ángulo igual a la noventaava parte de un recto, se lo llama *grado sexagesimal* y se lo abrevia 1° . Es decir: $1 / 90 \text{ ángulo recto} = 1^\circ$ y como consecuencia $1 \text{ ángulo recto} = 90^\circ$.

El grado sexagesimal admite como submúltiplos el minuto y el segundo sexagesimales. El minuto es la sesentaava parte del grado y se lo abrevia $1'$, y el segundo es la sesentaava parte del minuto sexagesimal y se abrevia $1''$. Es decir:

$$\frac{1^\circ}{60} = 1' \Rightarrow 1^\circ = 60'$$

y
$$\frac{1'}{60} = 1'' \Rightarrow 1' = 60''$$

OTRA MANERA DE ENTENDER EL CONCEPTO DE MAGNITUDES

Medidas de longitud

Corresponden a unidades de medida que sirven para saber cuán largo es un objeto. La unidad que se utiliza internacionalmente para medir longitudes, es el **metro** (m). De esta unidad provienen otras más pequeñas (llamadas submúltiplos) o más grandes (llamadas múltiplos).

1.1- Equivalencias de longitud

A continuación se indican algunas unidades más pequeñas (submúltiplos) del metro, éstas son el **decímetro** (dm) y el **centímetro** (cm).

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ metro (1m)} & = & 100 \text{ centímetros (100 cm)} \\ 1 \text{ metro} & = & 10 \text{ decímetros (10 dm)} \\ 1 \text{ decímetro} & = & 10 \text{ centímetro} \end{array}$$

Cuando se quiere transformar una unidad de longitud que va desde el metro al decímetro o al centímetro se debe multiplicar por 10 o por 100, respectivamente. También se pueden convertir los decímetros a centímetros. Para hacerlo debemos multiplicar por 10 el número de decímetros.

Si se quiere transformar al revés, es decir, desde centímetro a decímetro o a metro, se debe dividir el total de centímetros por 10

y por 100, respectivamente. También se pueden convertir los decímetros a metros, dividiendo por 10 el número de decímetros.

Buscar

La unidad principal para medir longitudes es el **metro**.

Existen otras unidades para medir cantidades mayores y menores, las más usuales son:

Unidad	Abreviatura	Equivalencia
Kilómetro	Km	1 000 m
Hectómetro	Hm	100 m
Decámetro	dam	10 m
Metro	M	1 m
Decímetro	Dm	0.1 m

Centímetro	cm	0.01 m
Milímetro	mm	0.001 m

Observamos que desde los submúltiplos, en la parte inferior, hasta los múltiplos, en la parte superior, cada unidad vale 10 veces más que la anterior.

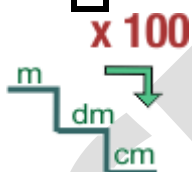
Por lo tanto, el problema de convertir unas unidades en otras se reduce a multiplicar o dividir por la unidad seguida de tantos ceros como lugares haya entre ellas.

Ejemplo:

$15 \text{ m} \xrightarrow{\times 100} 1500 \text{ cm} \xrightarrow{:1000} 1.5 \text{ dam} \xrightarrow{\times 10000} 15000 \text{ mm}$
 $102 \text{ cm} \xrightarrow{:100000} 0.00102 \text{ km} \xrightarrow{\times 1000} 1.12 \text{ m} \xrightarrow{:100} 0.0102 \text{ hm}$
 $35 \text{ dam} \xrightarrow{\times 100} 3500 \text{ dm} \xrightarrow{\times 100} 350000 \text{ mm} \xrightarrow{:1000000} 0.35 \text{ km}$

Ejemplos de conversión de medidas

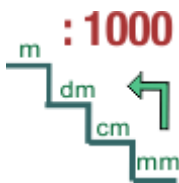
1 Pasar 50 metros a centímetros:



Si queremos pasar de metros a centímetros tenemos que multiplicar (porque vamos a pasar de una unidad mayor a otra menor) por la unidad seguida de dos ceros, ya que entre el metro y el centímetro hay dos lugares de separación.

$$50 \cdot 100 = 5\,000 \text{ cm}$$

2 Pasar 4 385 milímetros a metros:



Para pasar de milímetros a metros tenemos que dividir (porque vamos a pasar de una unidad menor a otra mayor) por la unidad seguida de tres ceros, ya que hay tres lugares de separación.

$$4\,385 : 1000 = 4.385 \text{ m}$$

3 Expresar en metros:

$$5 \text{ km } 5 \text{ hm } 7 \text{ dam} \rightarrow 5\,000 \text{ m} + 500 \text{ m} + 70 \text{ m} = \mathbf{5\,570 \text{ m}}$$

$$3 \text{ m } 2 \text{ cm } 3 \text{ mm} \rightarrow 3 \text{ m} + 0.02 \text{ m} + 0.003 \text{ m} = \mathbf{3.023 \text{ m}}$$

$$25.56 \text{ dam} + 526.9 \text{ dm} \rightarrow 255.6 \text{ m} + 52.69 \text{ m} = \mathbf{308.29 \text{ m}}$$

$$53\,600 \text{ mm} + 9\,830 \text{ cm} \rightarrow 53.6 \text{ m} + 98.3 \text{ m} = \mathbf{151.9 \text{ m}}$$

$$1.83 \text{ hm} + 9.7 \text{ dam} + 3\,700 \text{ cm} \rightarrow 183 \text{ m} + 97 \text{ m} + 37 \text{ m} = \mathbf{317 \text{ m}}$$

2- Medidas de superficie

Sirven para medir superficies cuadradas, es decir, en dos dimensiones: largo y ancho. La unidad de medida es el metro cuadrado (m^2).

Otras unidades mayores y menores son:

kilómetro cuadrado	km²	1 000 000 m²
hectómetro cuadrado	hm²	10 000 m²
decámetro cuadrado	dam²	100 m²
metro cuadrado	m²	1 m²
decímetro cuadrado	dm²	0.01 m²
centímetro cuadrado	cm²	0.0001 m²
milímetro cuadrado	mm²	0.000001 m²

La unidad fundamental para medir superficies es el **metro cuadrado**, que es la superficie de un cuadrado que tiene 1 metro de lado.

Otras unidades mayores y menores son:

Medida	Símbolo	Equivalencia
---------------	----------------	---------------------

kilómetro cuadrado	Km²	1 000 000 m²
---------------------------	-----------------------	--------------------------------

Hectómetro cuadrado	hm²	10 000 m²
----------------------------	-----------------------	-----------------------------

Decámetro cuadrado	dam²	100 m²
---------------------------	------------------------	--------------------------

Metro cuadrado	m²	1 m²
-----------------------	----------------------	------------------------

Decímetro cuadrado	dm²	0.01 m²
---------------------------	-----------------------	---------------------------

Centímetro cuadrado	cm²	0.0001 m²
----------------------------	-----------------------	-----------------------------

Milímetro cuadrado	mm²	0.000001 m²
---------------------------	-----------------------	-------------------------------

Observamos que desde los submúltiplos, en la parte inferior, hasta los múltiplos, en la parte superior, cada unidad vale 100 más que la anterior.

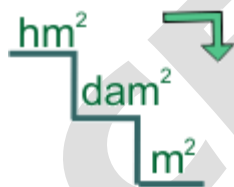
Por lo tanto, el problema de convertir unas unidades en otras se reduce a multiplicar o dividir por la unidad seguida de tantos pares de ceros como lugares haya entre ellas.

$$\begin{aligned}
 15 \text{ m}^2 &\xrightarrow{\times 10\,000} 150\,000 \text{ cm}^2 \xrightarrow{:100\,000} 0.15 \text{ dam}^2 \\
 102 \text{ cm}^2 &\xrightarrow{:100\,000\,000\,000} 0.0000000102 \text{ km}^2 \xrightarrow{\times 100\,000\,000} 0.0102 \text{ m}^2 \\
 35 \text{ dam}^2 &\xrightarrow{\times 10\,000} 350\,000 \text{ dm}^2 \xrightarrow{\times 10\,000} 350\,000\,000 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

Ejemplos de conversión de medidas

1 Pasar 1.5 hectómetros cuadrados a metros cuadrados:

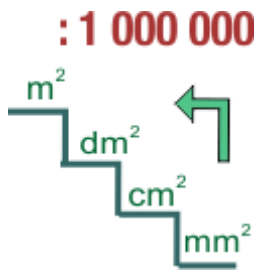
$\times 10\,000$



Tenemos que multiplicar (porque el hm^2 es mayor que el m^2) por la unidad seguida de cuatro ceros, ya que hay dos lugares entre ambos.

$$1.5 \cdot 10\,000 = \mathbf{15\,000\text{m}^2}$$

2 Pasar 15 000 mm² a m²:



Tenemos que dividir (porque el mm^2 es menor que el m^2) por la unidad seguida de seis ceros, ya que hay tres lugares entre ambos.

$$15\,000\,l : 1\,000\,000 = \mathbf{0.015\,m^2}$$

Medidas de superficie agrarias

Para medir extensiones en el campo se utilizan las llamadas medidas agrarias:

1 Hectárea

La hectárea que equivale al hectómetro cuadrado.

$$\mathbf{1\,Ha = 1\,Hm^2 = 10\,000\,m^2}$$

2 Área

El área equivale al decámetro cuadrado.

$$\mathbf{1\,a = 1\,dam^2 = 100\,m^2}$$

3 Centiárea

La centiárea equivale al metro cuadrado.

$$\mathbf{ca = 1\,m^2}$$

Ejemplos de conversión de medidas

Expresar en hectáreas:

$$211\,943\text{ a} \rightarrow 211\,943 : 100 = \mathbf{2\,119.43\text{ ha}}$$

$$356\,500\text{ m}^2 \rightarrow 356\,500 : 10\,000 = 35.65\text{ hm}^2 = \mathbf{35.65\text{ ha}}$$

$$0.425\text{ km}^2 \rightarrow 0.425 \cdot 100 = 42.5\text{ hm}^2 = \mathbf{42.5\text{ ha}}$$

$$8\text{ km}^2\,31\text{ hm}^2\,50\text{ dam}^2 \rightarrow 8 \cdot 100 + 31 + 50 : 100 = 731.5\text{ hm}^2 = \mathbf{831.5\text{ ha}}$$

$$91\text{ m}^2\,33\text{ dm}^2\,10\text{ cm}^2 \rightarrow 91 : 10\,000 + 33 : 1\,000\,000 + 10 : 100\,000\,000 = 0.00913310\text{ hm}^2 = \mathbf{0.00913310\text{ ha.}}$$

3- Medidas de volumen

La unidad principal de **volumen** es el **metro cúbico**.

Otras unidades de volúmenes son:

kilómetro cúbico	km³	1 000 000 000 m³
hectómetro cúbico	hm³	1 000 000 m³
decámetro cúbico	dam³	1 000 m³
metro cúbico	m³	1 m³
decímetro cúbico	dm³	0.001 m³
centímetro cúbico	cm³	0.000001 m³
milímetro cúbico	mm³	0.000000001 m³

La medida fundamental para medir volúmenes es el **metro cúbico**.

Otras unidades de volúmenes son:

Medida	Símbolo	Equivalencia
--------	---------	--------------

kilómetro cúbico	Km³	1 000 000 000 m³
-------------------------	-----------------------	------------------------------------

Hectómetro cúbico	hm³	1 000 000 m³
--------------------------	-----------------------	--------------------------------

Decámetro cúbico	dam³	1 000 m³
-------------------------	------------------------	----------------------------

Metro cúbico	m³	1 m³
---------------------	----------------------	------------------------

Decímetro cúbico	dm³	0.001 m³
-------------------------	-----------------------	----------------------------

Centímetro cúbico	cm³	0.000001 m³
--------------------------	-----------------------	-------------------------------

Milímetro cúbico	mm³	0.000000001 m³
-------------------------	-----------------------	----------------------------------

Observamos que desde los submúltiplos, en la parte inferior, hasta los múltiplos, en la parte superior, cada unidad vale 1 000 más que la anterior.

Por lo tanto, el problema de convertir unas unidades en otras se reduce a multiplicar o dividir por la unidad seguida de tantos tríos de ceros como lugares haya entre ellas.

Ejemplos: $15 \text{ m}^3 \xrightarrow{\times 1\,000\,000} 15\,000\,000 \text{ cm}^3$

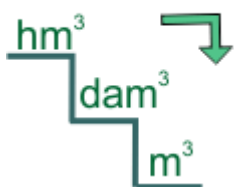
$102 \text{ cm}^3 \xrightarrow{: 1\,000\,000} 0.000102 \text{ m}^3$

$35 \text{ dam}^3 \xrightarrow{\times 1\,000\,000} 35\,000\,000 \text{ m}^3$

Ejemplos de conversión de medidas

1 Pasar 1.36 hm^3 a m^3 :

$\times 1\,000\,000$



Tenemos que multiplicar (porque el hm^3 es mayor que el m^3) por la unidad seguida de seis ceros, ya que hay dos lugares entre ambos.

$1.36 \cdot 1\,000\,000 = 1\,360\,000 \text{ m}^3$

2 Pasar $15\,000 \text{ mm}^3$ a cm^3 :

$: 1\,000$



Tenemos que dividir (porque el mm^3 es menor que el cm^3) por la unidad seguida de tres ceros, ya que hay un lugar entre ambos.

$15\,000 : 1\,000 = 15 \text{ cm}^3$

Relación entre unidades de capacidad, volumen y masa

Existe una relación muy directa entre el volumen y capacidad.

Ejemplo:

1 l es la capacidad que contiene un recipiente cúbico de 1 dm de arista; es decir, la capacidad contenida en un volumen de 1 dm^3 .

También existe una relación entre el volumen y la masa de agua.

Ejemplo:

1 g equivale a 1 cm^3 de agua pura a 4°C .

Analicemos las relaciones que existen entre capacidad, volumen y masa (de agua):

Capacidad	Volumen	Masa (de agua)
1 kl	1 m ³	1 t
1 l	1 dm ³	1 kg
1 ml	1 cm ³	1 g

Ejemplos de relaciones entre capacidad, volumen y masa

Expresa en litros:

1 $23.2 \text{ m}^3 = 23\,200 \text{ dm}^3 = 23\,200 \text{ l}$

2 $0.07 \text{ m}^3 = 70 \text{ dm}^3 = 70 \text{ l}$

3 $5.2 \text{ dm}^3 = 5.2 \text{ l}$

4 $8\,800 \text{ cm}^3 = 8.8 \text{ dm}^3 = 8.8 \text{ l}$

LA ESTÁTICA:

Es la parte de la mecánica que tiene como objeto, establecer si
Bajo la acción simultánea de varias fuerzas, un cuerpo se halla o
no en equilibrio.

LAS FUERZAS

Fuerzas en equilibrio.

Las magnitudes se dividen en **escalares** y **vectoriales**.

Las **magnitudes escalares** son aquellas que para expresarlas solo necesitan la cantidad y la unidad, como la temperatura (20°C), la hora (6 p.m.), el área de un terreno (120 m^2).

Para expresar las **magnitudes vectoriales** es necesario dar su **magnitud**, **dirección y sentido** y se representan por medio de **vectores** (flechas), como la velocidad y la fuerza.

Elementos de un vector

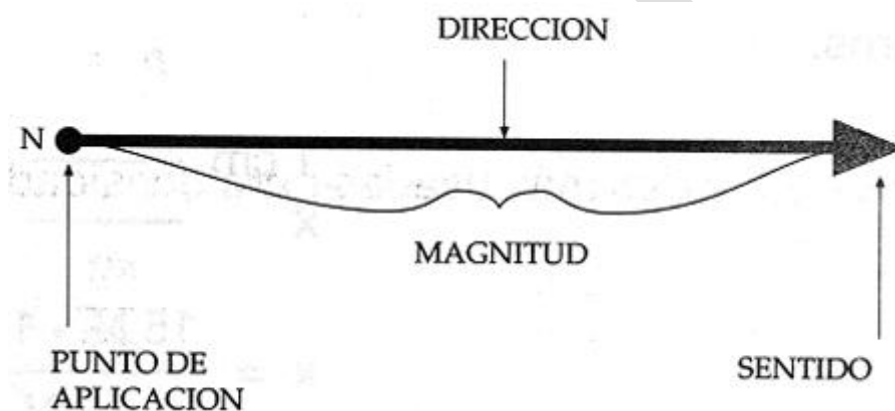
Los elementos característicos de un vector son:

Punto de aplicación. Lugar donde se aplica una fuerza.

Dirección. Línea sobre la cual actúa la fuerza: vertical, horizontal o inclinada.

Magnitud. Tamaño del vector de acuerdo con la escala que se está utilizando.

Sentido. Indica hacia donde se aplica o dirige la fuerza.



La **fuerza** es una magnitud vectorial y se define como **todo aquello capaz de producir: un movimiento, una deformación o una presión**. ésta puede cambiar de forma el cuerpo o **cambiar la dirección o sentido** del mismo.

La unidad de medida en el **SI** es el **newton (N)** y equivale a kgm/s^2

Por lo tanto $\text{newton (N)} = \text{kgm/s}^2$

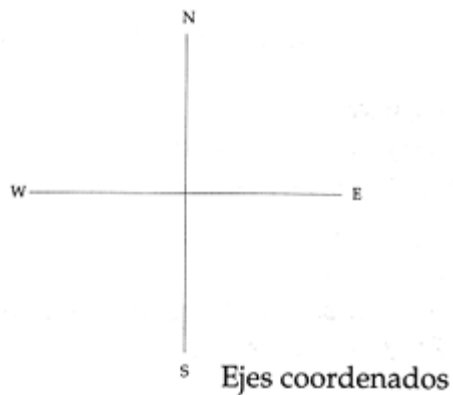
La magnitud de la fuerza se mide con un **dinamómetro**, que consiste en un resorte que se deforma proporcionalmente a la carga que soporta por medio de una escala graduada en kilogramos fuerza o kilopondios, esta cantidad se

multiplica 9.81 m/s^2 que es el valor de la fuerza de gravedad, obteniéndose así el resultado en Newtons.

Sistema de ejes coordenados

La posición de un punto se representa en un **Sistema de Ejes Coordinados**.

Para esta representación es necesario fijar una **escala** que es la relación que existe entre la magnitud real y la dibujada.



Para representar una fuerza de 15 Newtons en dirección norte, se utiliza una escala de $1 \text{ cm} = 3 \text{ N}$.

Para saber cuántos centímetros va a medir el vector se aplica una regla de tres.

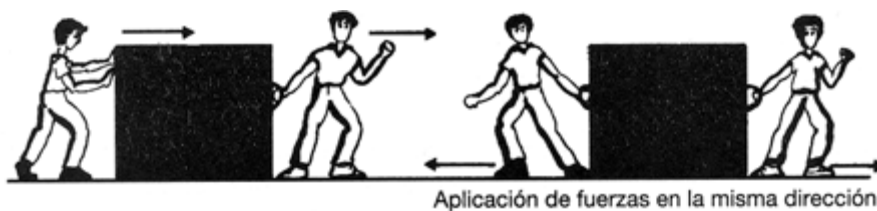
$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ cm} & \text{---} & 3 \text{ N} \\ x & \text{---} & 15 \text{ N} \end{array}$$

$$x = \frac{15 \text{ N} \cdot 1 \text{ cm}}{3 \text{ N}} = 5 \text{ cm}$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

Las fuerzas que se aplican sobre un cuerpo se pueden **sumar** o **restar**.

Los vectores o fuerzas se suman cuando tienen la misma dirección y sentido, y se restan cuando tienen la misma dirección y sentido contrario.



Sistemas de fuerzas

Generalmente, sobre un cuerpo actúan dos o más fuerzas, obteniéndose así un **sistema de fuerzas**, dichas fuerzas pueden ser sustituidas por una, llamada **resultante**. Las fuerzas que forman el sistema se conocen como **componentes**.

Los sistemas de fuerzas se clasifican en:

Colineales. Son las que actúan en una misma dirección.

Paralelas. Son aquellas cuyas direcciones son paralelas.

Concurrentes o angulares. Cuando las líneas de acción convergen en un solo punto formando ángulos.

Sistemas colineales

La resultante en estos sistemas se obtiene sumando algebráicamente los componentes.

Ejemplo:

La resultante del siguiente sistema ser:

$$f_1 = 4N \quad f_2 = 6N \quad F_3 = 2N$$

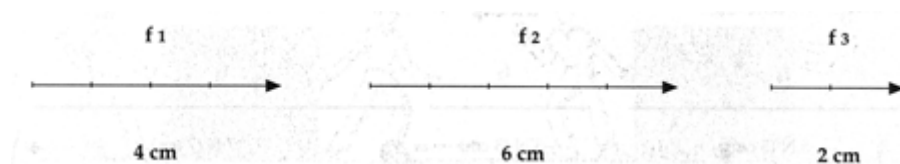
$$f_R = f_1 + f_2 + f_3$$

$$f_R = (4N) + (6N) + (2N) = 12N$$

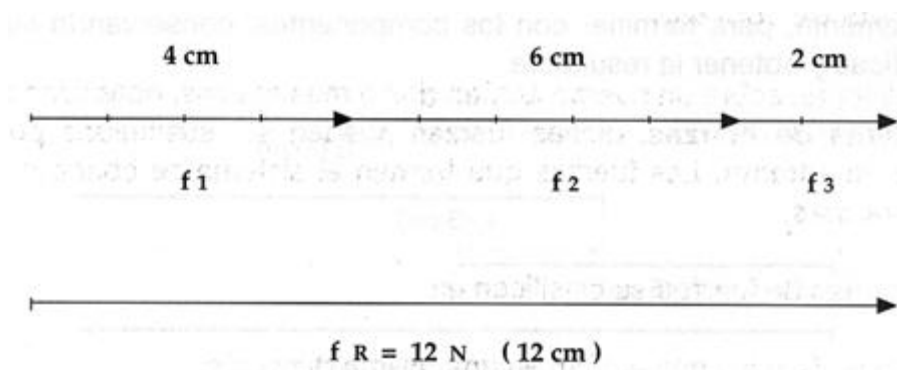
$$f_R = 12N$$

En forma gráfica:

1. Se trazan los vectores tomando en cuenta la escala 1 cm = 1 N



2. Se colocan los vectores uno enseguida del otro y así se obtiene la resultante.



Hay que tener presente que las fuerzas cuya dirección es hacia arriba o a la derecha se consideran positivas, y hacia abajo o a la izquierda, se consideran negativas.

Otro caso de fuerzas colineales se presenta cuando un componente es negativo.

$$f_1 = 5N \quad f_2 = -3N \quad F_3 = 7N$$

Se suman algebraicamente.

$$f_R = f_1 + f_2 + f_3$$

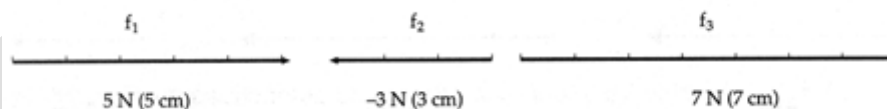
$$f_R = (5N) + (-3N) + (7N)$$

$$f_R = 5N - 3N + 7N$$

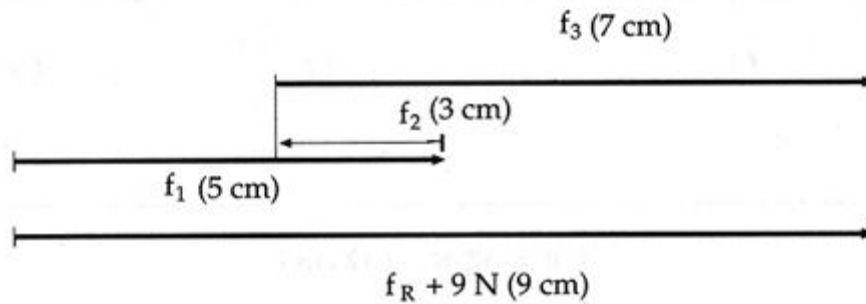
$$f_R = 2N + 7N = 9N$$

De forma gráfica

1. Se trazan los vectores tomando en cuenta la escala que en este caso es de $1 \text{ cm} = 1 \text{ N}$



2. Se traza la primera componente, donde termina se traza la segunda y así sucesivamente, para terminar con los componentes, conservando sus características y obtener la resultante.



L FUERZAS PARALELAS

La forma de obtener la resultante en un **sistema de fuerzas paralelas** se explica a continuación, siendo ésta también paralela.

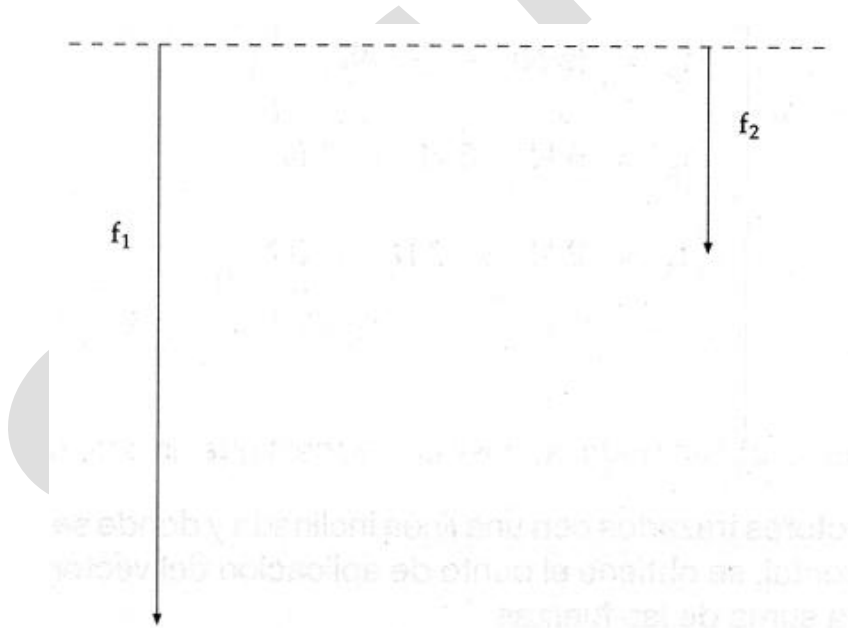
Primer caso. Cuando tienen el mismo sentido.

Ejemplo: se tienen dos fuerzas paralelas que actúan sobre un cuerpo. Una es de 6 N y otra de 2 N.

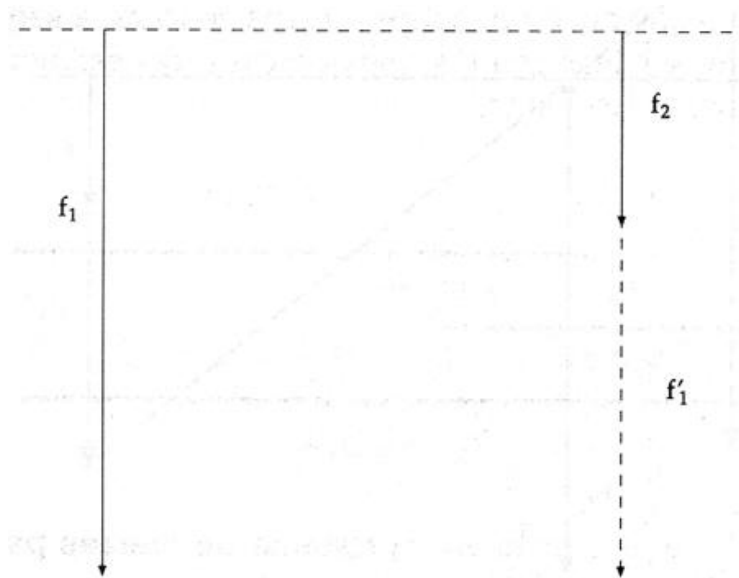
Forma gráfica

1. Se trazan los vectores y se unen con una línea los puntos de aplicación.

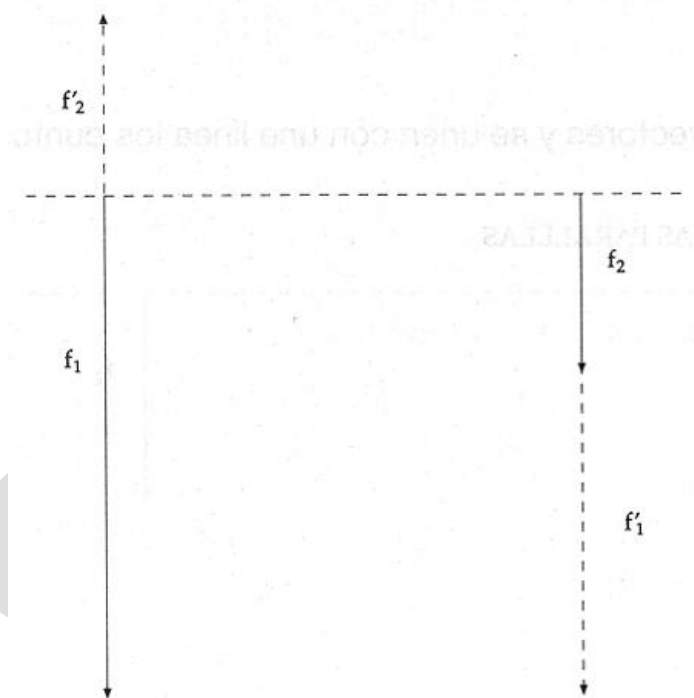
FUERZAS PARALELAS



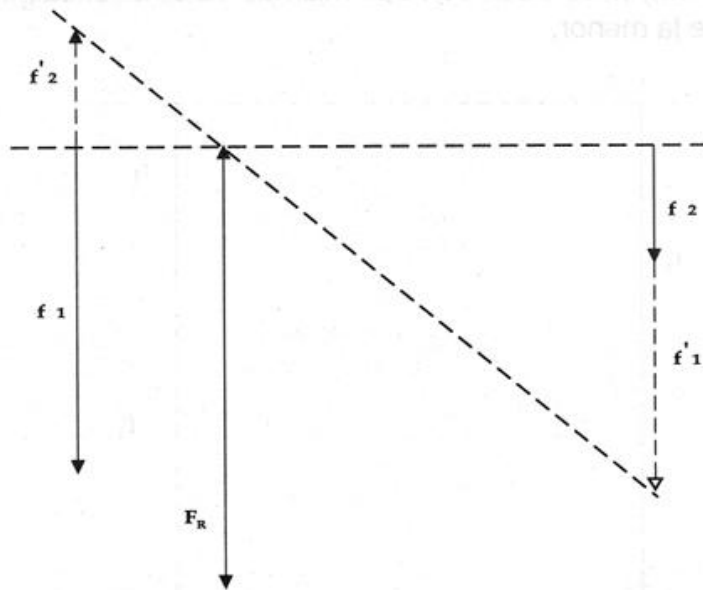
2. La fuerza mayor se traza con sus mismas características en el punto de aplicación de la menor.



3. La fuerza menor se traza en el punto de aplicación de la fuerza mayor pero en sentido contrario.



4. Se unen los vectores trazados con una línea inclinada y donde se cruza ésta con la línea horizontal, se obtiene el punto de aplicación del vector resultante cuyo valor será la suma de las fuerzas.



algebraicamente

$$f_R = f_1 + f_2$$

$$f_R = (6N) + (2N)$$

$$f_R = 8N$$

Segundo caso. Cuando las fuerzas paralelas son de sentido contrario y diferente magnitud.

Se suman algebraicamente las fuerzas.

Ejemplo:

$$f_1 = 6N \text{ y } f_2 = -3N$$

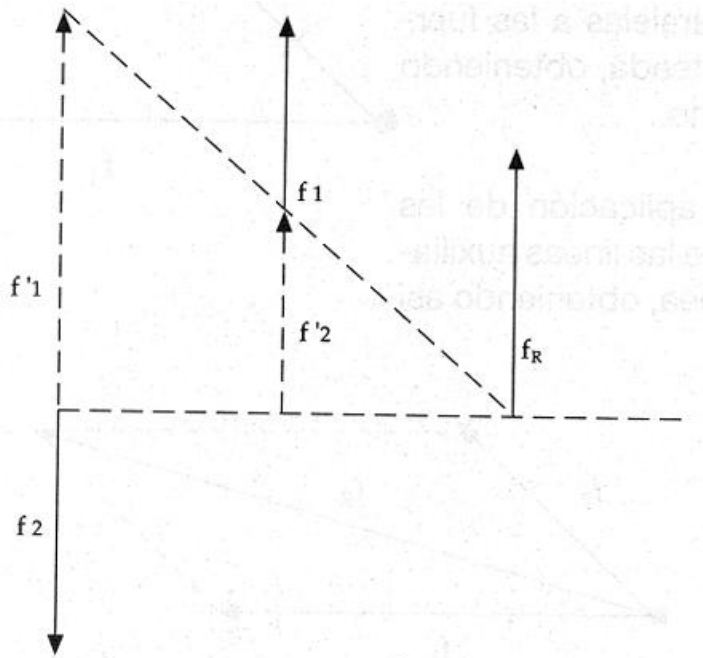
$$f_R = f_1 + f_2$$

$$f_R = 6N + (-3N)$$

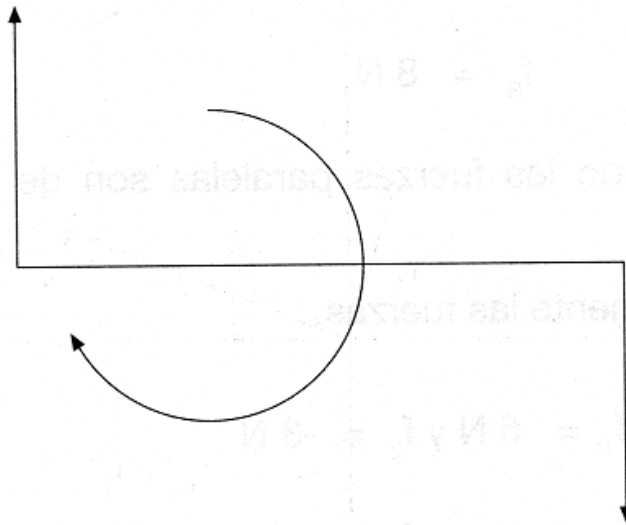
$$f_R = 6N - 3N$$

$$f_R = 3N$$

Para resolver este tipo de sistema de fuerzas, en forma gráfica, se procede de igual forma que en el caso anterior para encontrar el punto de aplicación de la fuerza resultante, la cual tendrá el sentido de la fuerza mayor.



Tercer caso. Cuando las fuerzas son paralelas, de **igual magnitud y sentido contrario**, este tipo de sistema es conocido como **par de fuerzas**, porque en él no existe fuerza resultante, sólo se produce giro, tal es el caso del volante de los automóviles.

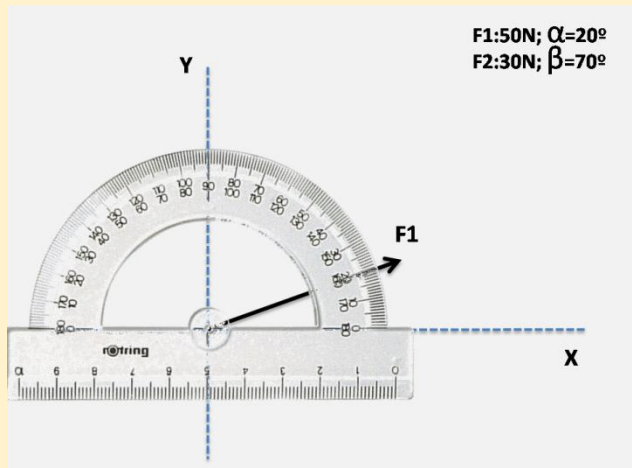
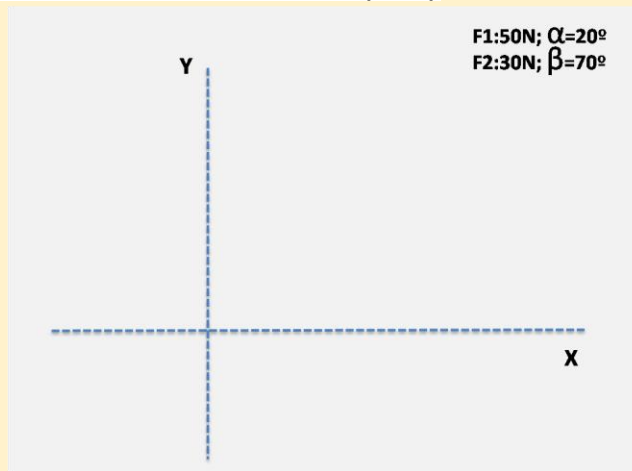


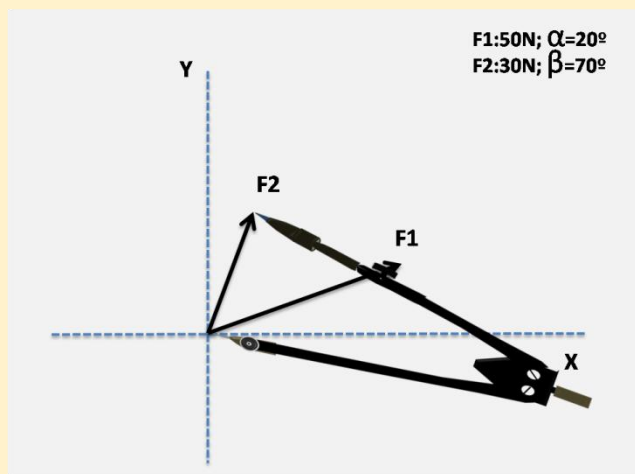
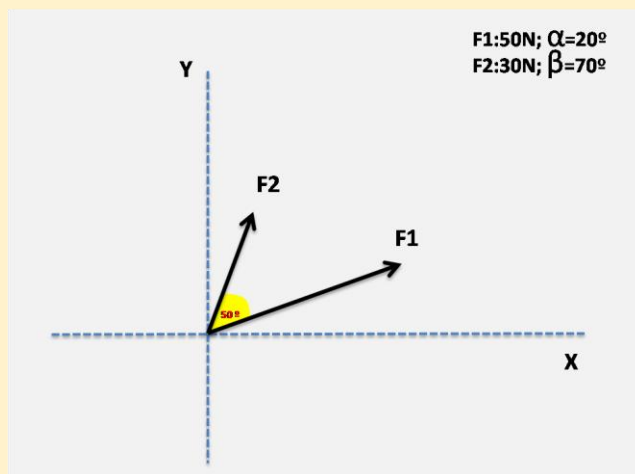
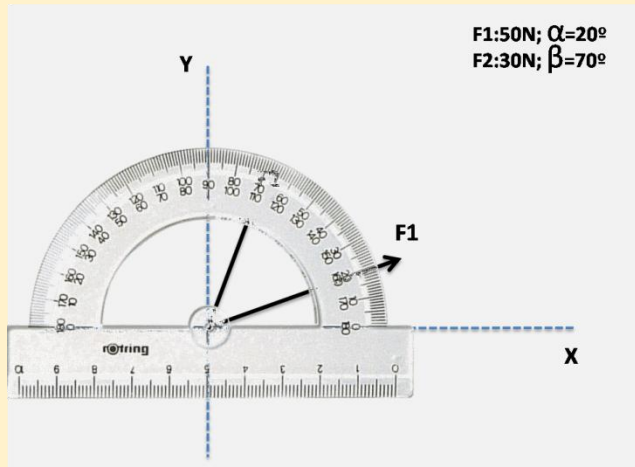
SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES

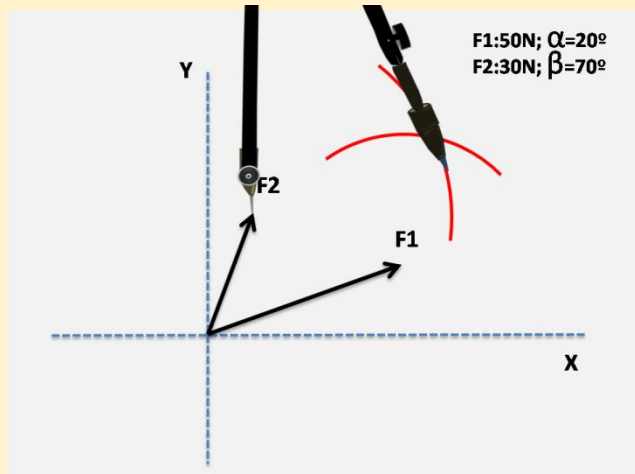
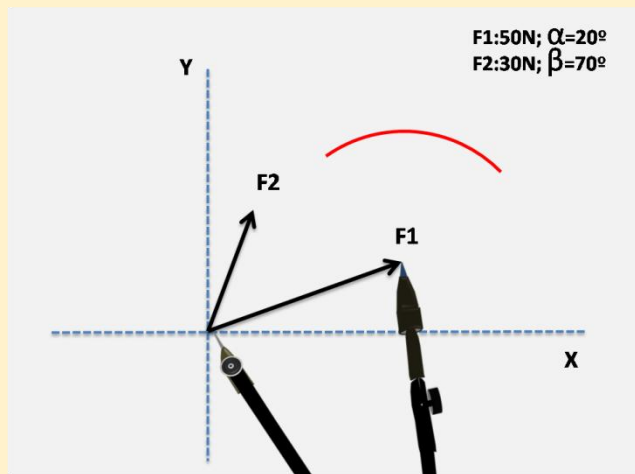
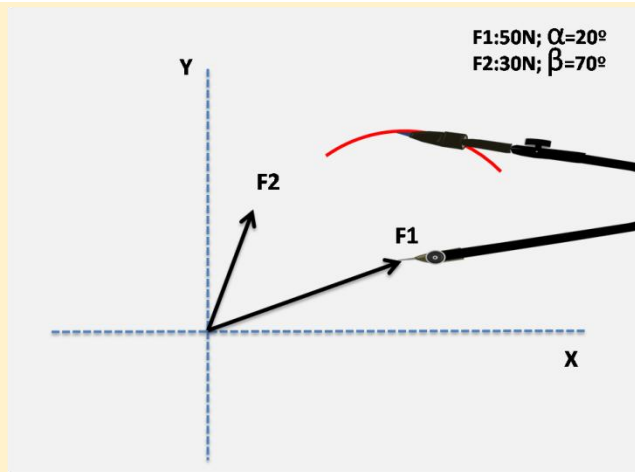
En un **sistema de fuerzas angulares** se utilizan métodos gráficos para obtener la resultante, éstos son: el del **paralelogramo** y el del **polígono**

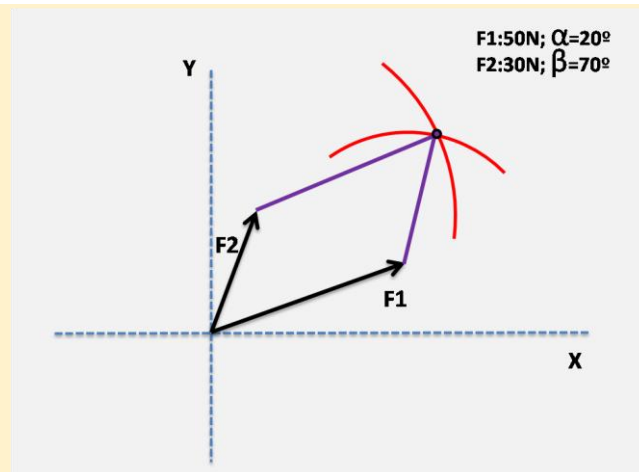
RESOLUCIÓN GRÁFICA DEL PROBLEMA

Para empezar es necesario poner escala a los valores de cada fuerza:
en el problema $F_1=50\text{N}$ y $F_2=30\text{N}$, entonces el vector F_1 puede ser representado con 5 cm (50N) y el vector de F_2 será 3 cm (30N)

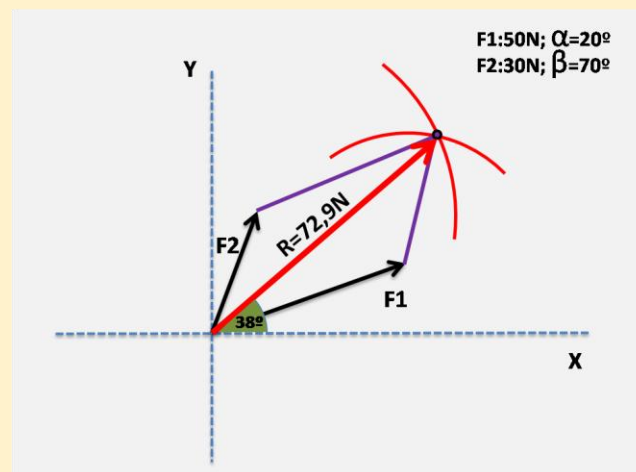








14

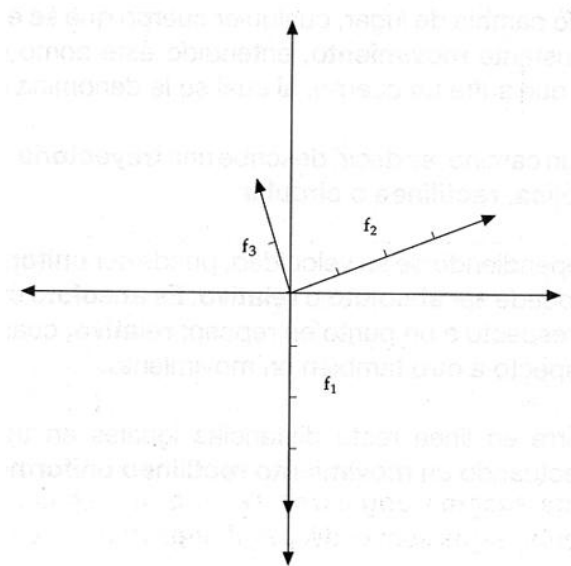


COMO SE PUEDE VER, GRÁFICAMENTE SE OBTIENE UNA RESULTANTE CUYO MÓDULO ES DE 72,99N Y EL ÁNGULO QUE FORMA CON RESPECTO AL EJE X ES DE 38° .

ESTE ES EL PORCEDIMIENTO QUE SE EMPLEA PARA OBTENER EL MÓDULO Y EL ÁNGULO DE UNA RESULTANTE DE UN SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES DE DOS COMPONENTES.

Publicad

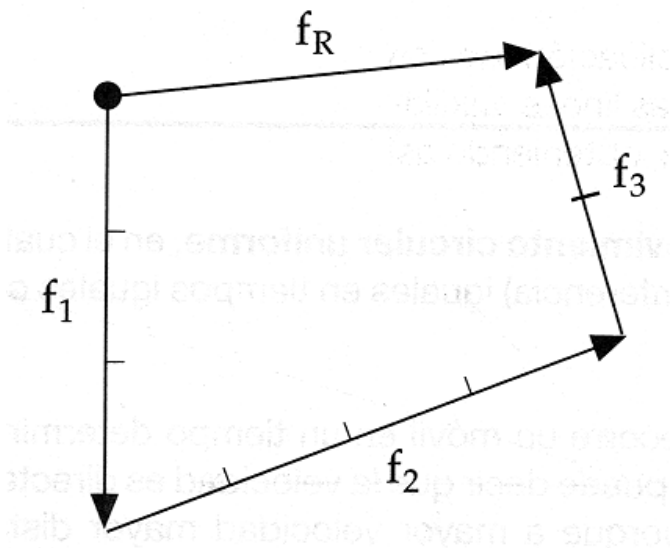
SISTEMA DE FUERZAS POR EL METODO DE LA POLIGONAL



Se coloca una fuerza a continuación de otra, conservando sus características: magnitud, dirección y sentido.

La resultante se traza del punto de aplicación de la primera fuerza al extremo de la última.

El sentido de la resultante será desde el origen a la última fuerza.



CINEMÁTICA

¿QUÉ ES LA CINEMÁTICA?

El término *cinemática* proviene del griego “kinema” que quiere decir movimiento. Para comenzar debemos tener en claro que la cinemática describe los movimientos sin tener en cuenta, es decir prescindiendo de las causas que los producen. Hacer esta aclaración significa aceptar en forma implícita que, si se produce un movimiento (efecto), es porque existe alguna *causa*, tal como lo contempla la *ley universal de causa-efecto*. Sin embargo estas apreciaciones corresponden al capítulo que desarrollaremos a continuación del presente y que se denomina *dinámica*. Para poder avanzar en este capítulo deberemos precisar el significado de algunas palabras o expresiones que, a lo largo del mismo, utilizaremos frecuentemente y que es fundamental conocerlas perfectamente. Nos referimos entre otros a los términos: punto móvil, tiempo e intervalo de tiempo, trayectoria, posición, abscisa, intervalo de abscisa, camino recorrido, orígenes del tiempo y de abscisa, etcétera.

Punto móvil: para los fines de la cinemática, se considera que las dimensiones del cuerpo u objeto que está en movimiento son despreciables, por lo que el mismo se reduce a tan solo un punto móvil.

Tiempo e intervalo de tiempo: el tiempo es una variable que está considerada en el terreno de la física como un absoluto, es decir que está definido en sí mismo. De todos modos y para poderlo definir de alguna manera “razonable”, diremos que tiempo es aquello que mide un reloj de precisión. Intervalo de tiempo es el transcurso de tiempo entre dos observaciones sucesivas de las marcas de un reloj. Para representarlo se utiliza el símbolo Δt , donde Δ (delta) es la letra griega mayúscula que se utiliza para indicar variación. Si las observaciones se realizan en orden sucesivo t_1 y t_2 será:

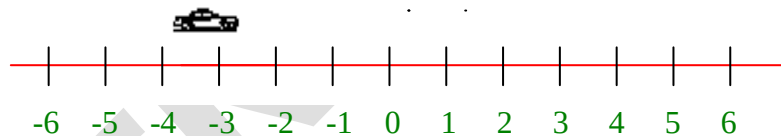
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Ejemplo: Ud. se encuentra realizando ejercicios de campaña y observa en su reloj que a las 13 hrs, 30 min., 25 seg. se enciende una bengala para iluminar el terreno y que a las 13 hrs, 30 min., 10 seg. es arrojada una segunda bengala, el intervalo de tiempo entonces será: $\Delta t = 13 \text{ hrs } 30 \text{ min } 25 \text{ seg.} - 13 \text{ hrs } 30 \text{ min. } 5 \text{ seg.} = 20 \text{ seg.}$

El intervalo Δt es siempre positivo, ya que la segunda marca de tiempo será siempre la mayor, y además si la primera marca fuera $t_1 = 0$, resultaría $\Delta t = t_2$. En el cronómetro, $t_1 = 0$ puede coincidir con cualquier instante del día ya que marca el inicio de un fenómeno, en cuyo caso recibe el nombre de **origen de tiempo** y t_2 en ese caso será el intervalo de tiempo.

Trayectoria: es la línea que describe en punto móvil en su movimiento. Por ejemplo recuerde la línea que describe un proyectil trazante, o bien un avión que vuela a gran altura dejando a su paso una estela de gases condensados. En otras palabras, el camino que recorre (conjunto de los puntos del espacio que ocupa sucesivamente). Es además la que define a un movimiento como rectilíneo, circular, parabólico, etcétera.

Posición, abscisa, intervalo de abscisa: la posición es cualquiera de los puntos que ocupa un objeto (proyectil, avión), en un instante dado. Si tomamos como ejemplo el desplazamiento de una columna de vehículos, la posición puede ser un montículo en el camino, o el pasaje por un puente distantes a 20 Km. del lugar de partida. Cuando la posición se da así, es decir por la medida de la longitud entre el punto de origen y la posición de la columna, se dice que esta expresa por su abscisa. Cuando un móvil se desplaza a lo largo de una línea recta, sobre la cual se ha designado como origen a un punto cualquiera, y a partir del mismo transportamos segmentos de medida unitaria, decimos que han quedado determinadas las abscisas sobre dicha línea. Las mismas quedan afectadas por un signo $+$ ó $-$ según pertenezcan al semieje positivo ó negativo. Se llama intervalo de abscisas (Δx), a la diferencia entre dos abscisas, y si las observaciones sucesivas son x_1 y x_2 entonces resulta: $\Delta x = x_2 - x_1$, y si además $x_1 = 0$, se lo denomina origen de abscisas y entonces $\Delta x = x_2$



Destacaremos como una consecuencia importante lo siguiente: si el punto móvil se mueve siempre en el sentido de abscisas creciente ($\vec{x}$), entonces Δx será siempre positivo ($+$), encontrándose el móvil tanto en la zona de abscisas positivas como negativas. Por ejemplo si $x_1 = -5$ y $x_2 = -3$ entonces $\Delta x = x_2 - x_1 = (-3) - (-5) = 2 \therefore \Delta x > 0$ (positivo). Y si, $x_1 = 2$ y $x_2 = 6$ será $\Delta x = x_2 - x_1 = 6 - 2 = 4 \therefore \Delta x > 0$ (positivo).

En cambio, si el móvil se mueve en el sentido decreciente de las abscisas ($\vec{x}$), Δx será siempre negativo, tanto si el móvil se encuentra en la zona de abscisas positivas como negativas. En efecto, si $x_1 = -2$ y $x_2 = -5$; $\Delta x = x_2 - x_1 = (-5) - (-2) = -3$ y si $x_1 = 5$ y $x_2 = 3$; $\Delta x = x_2 - x_1 = 3 - 5 = -2$.

Camino recorrido: es el valor de la longitud entre dos posiciones de la trayectoria. Por ejemplo, supongamos que un vehículo se desplaza desde el punto A hasta el punto B,

describiendo una trayectoria en línea recta y que los puntos distan entre sí 1000 m. Entonces diremos que 1000 m es el **valor de la longitud** entre esos dos puntos. ¿Qué camino recorrerá para ir de A hasta B?. ¿Y si lo hiciera de B hacia A?. Evidentemente el camino es el mismo, pese a los dos sentidos de marcha.

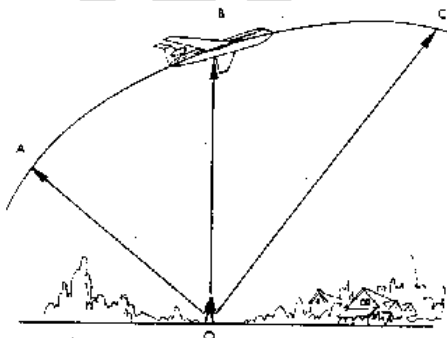
El camino recorrido coincide con el valor absoluto del intervalo de abscisa, siempre y cuando el móvil, durante la marcha, no cambie el sentido del movimiento. Es decir: Camino recorrido = $|\Delta x|$. Vale que aclaremos que toda variable encerrada entre barras ($|\quad|$), representa su valor absoluto, y que el mismo solo toma en cuenta su valor numérico, esto es prescindiendo de su signo.



Para un mejor entendimiento, llamaremos sentido positivo de la trayectoria, cuando este coincide con el de las abscisas crecientes. Además, si el movimiento se realiza en el sentido positivo de la trayectoria diremos que es **progresivo**, y en caso de hacerlo en sentido contrario, es decir en sentido negativo, le daremos el nombre de **regresivo**.

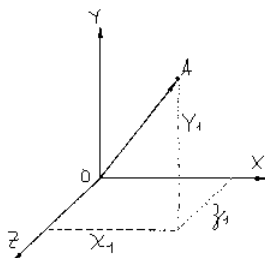
POSICIÓN EN EL ESPACIO

Cuando un avión está volando, y es detectado por un radar de control de tiro, este permite tomar las posiciones con referencia al punto desde donde es detectado. Se denomina vector posición, el que imaginariamente podemos trazar entre la posición del radar y la del avión (punto móvil).



La posición de A en el espacio es entonces X_1, Y_1, Z_1 . Podemos preguntarnos ahora, ¿Cuándo un cuerpo se mueve?. La respuesta será: un punto se mueve cuando cambia su posición en el espacio respecto de un sistema de referencia, qué en nuestro caso bien puede ser la posición del radar. Sin embargo, el radar podría encontrarse en un vehículo en movimiento, por ejemplo otro avión, y para el operador, los asientos del mismo, el piloto, etc., no cambiarían de posición; aunque los mismos elementos y/o personas sí lo hagan (se muevan), respecto de un observador ubicado en un refugio en tierra. Es decir **el movimiento es relativo**.

Donde A, B y C son las posiciones sucesivas. La distancia

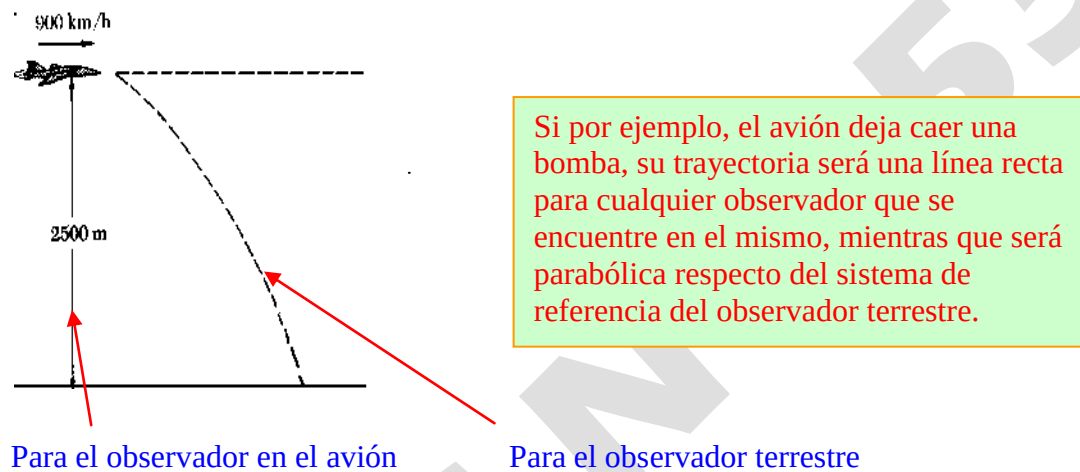


La posición de A en el espacio es entonces X_1, Y_1, Z_1 . Podemos preguntarnos ahora, ¿Cuándo un cuerpo se mueve?. La respuesta será: un punto se mueve cuando cambia su posición en el espacio respecto de un sistema de referencia, qué en nuestro caso bien puede ser la posición del radar. Sin embargo, el radar podría encontrarse en un vehículo en movimiento, por ejemplo otro avión, y para el operador, los asientos del mismo, el piloto, etc., no cambiarían de posición; aunque los mismos elementos y/o personas sí lo hagan (se muevan), respecto de un observador ubicado en un refugio en tierra. Es decir **el movimiento es relativo**.

El operador de radar en el avión, está en reposo relativo con respecto al sistema de referencia que es el mismo avión, mientras que dicho operador está en movimiento para el sistema de referencia que tiene por origen al observador que se encuentra en su refugio en tierra.

Diremos entonces que un punto material está en reposo relativo respecto a un sistema de referencias cuando su posición el espacio no varía en un intervalo de tiempo: de lo contrario está en movimiento.

La elección del sistema de referencia debe hacerse de tal manera que el movimiento resulte lo más simple posible, pues su descripción varía según el sistema elegido.



VELOCIDAD ESCALAR MEDIA

Dos vehículos anfibios llegan a la costa luego de recorrer una misma distancia de 1000 m, siguiendo idénticos caminos. Ambos parten al mismo tiempo y, sin embargo, uno tarda 20 minutos en llegar mientras que el otro lo hace en 25 minutos.

A fin de poder comparar ambos movimientos definiremos una nueva magnitud llamada velocidad escalar media, que es el cociente entre la medida del intervalo de abscisa (espacio) y la medida del intervalo de tiempo empleado en recorrerlo. Es decir:

$$V_m = \frac{\text{Intervalo de abscisa}}{\text{Intervalo de tiempo empleado}}$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En el ejemplo anterior las velocidades escalares son, respectivamente, 50 m/min., y 40 m/min. Teniendo en cuenta que, como vimos, Δt es siempre positivo, la velocidad escalar media será positiva o negativa según lo sea Δx . **Resumiendo:**

- 1) Si el sentido del movimiento es el asignado a la trayectoria, entonces la V_m será positiva.
- 2) Si el sentido del movimiento es contrario al asignado a la trayectoria, la V_m será negativa.

Para tener en cuenta: el signo de la velocidad media (V_m) solo expresa la relación entre el sentido del movimiento y el sentido de la trayectoria. Si por ejemplo:

$$V_{m1} = 20 \text{ km/h} \quad \text{y} \quad V_{m2} = -40 \text{ km/h.}$$

Algebraicamente $V_{m1} > V_{m2}$, pero físicamente $V_{m1} < V_{m2}$

UNIDADES DE VELOCIDAD ESCALAR

La unidad de la velocidad escalar queda determinada por el cociente indicado entre las unidades que se utilicen para medir los intervalos de abscisas y de tiempos; las más comunes son el metro por cada segundo (m/s.), kilómetro por cada hora (km/h), y el nudo; o milla marina (1,852 Km) por cada hora (1,852 km/h).

Deduzcamos juntos el fundamento de la siguiente regla: para transformar m/s a km/h debe multiplicarse la primera medida por 3,6 y para transformar km/h a m/s debe dividirse la primera medida por 3,6.

$$\frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ km}}{1.000 \text{ m}} \times \frac{3.600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3,6 \text{ km/h} \quad \text{y para la siguiente transformación haremos:}$$

transformación haremos:

$$\frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} \times \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME (M.R.U.)

Si en un movimiento la velocidad escalar media (V_m) de un objeto se mantiene constante cualquiera sea el intervalo de abscisa que se considere, la velocidad escalar en cada instante tendrá el mismo valor que la velocidad escalar media en cualquier tramo de la

trayectoria. Diremos entonces que la velocidad escalar en cada instante (o velocidad instantánea), es constante, y en este caso el movimiento se llama **uniforme**. Si, además, la trayectoria es una línea recta, el movimiento se llama **rectilíneo** y **uniforme**.

Un movimiento es rectilíneo y uniforme (M.R.U.), cuando la trayectoria es una línea recta y la velocidad escalar instantánea constante.

Como en un M.R.U. la velocidad instantánea (v) es constante, y además:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Resulta que los intervalos de abscisa y los intervalos de tiempo empleados son directamente proporcionales, por lo que en un movimiento uniforme v es una constante de proporcionalidad.

De la expresión:
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Podemos escribir qué: $x_2 - x_1 = v \times (t_2 - t_1)$. Si $t_1 = 0$, entonces x_1 representa en ese instante la abscisa. Ahora bien, a esa abscisa la denominaremos x_0 , mientras que a x_2 y a t_2 las señalaremos genéricamente como x y t .

Si reemplazamos en las expresiones anteriores, tendremos:

$$x - x_0 = v \times t$$

y finalmente,

$$x = x_0 + v \times t$$

Esta última expresión se conoce con el nombre de **función horaria** y puede ser escrita como: $x = f(t)$, que se lee “ x es función (depende) de t ”. Cada tipo de movimiento tiene su propia función horaria. Lo que acabamos de ver corresponde al movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U), y nos permite establecer la posición o abscisa del punto móvil

para cualquier valor del tiempo, con solo conocer los valores de la velocidad instantánea v y la posición inicial x_0 , o de lo contrario conocer el camino recorrido por el móvil calculando el valor absoluto de $(x - x_0)$, es decir $|x - x_0|$.

Ayudémonos con el siguiente ejemplo: Un radar detecta que un misil se desplaza a una velocidad escalar de 300 m/s, siguiendo una trayectoria recta, prácticamente al ras del suelo y en sentido de las abscisas crecientes. En el instante $t = 0$ su posición es $x_0 = 200$ m. Obtengamos su posición después de 10 s de ser detectado y el camino recorrido en dicho intervalo de tiempo.

Como: $x = x_0 + v \times t$, $x_{10} = 200 \text{ m} + 300 \text{ m/s} \times 10 \text{ s} = 200 \text{ m} + 3.000 \text{ m} =$
 $x = 3.200 \text{ m}$

Es decir que su posición para $t = 10$ s es $x_{10} = 3.200 \text{ m}$

El camino recorrido es el valor absoluto de $(x_{10} - x_0)$, es decir $|x_{10} - x_0| =$
 $= |3.200 \text{ m} - 200 \text{ m}| = 3.000 \text{ m}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

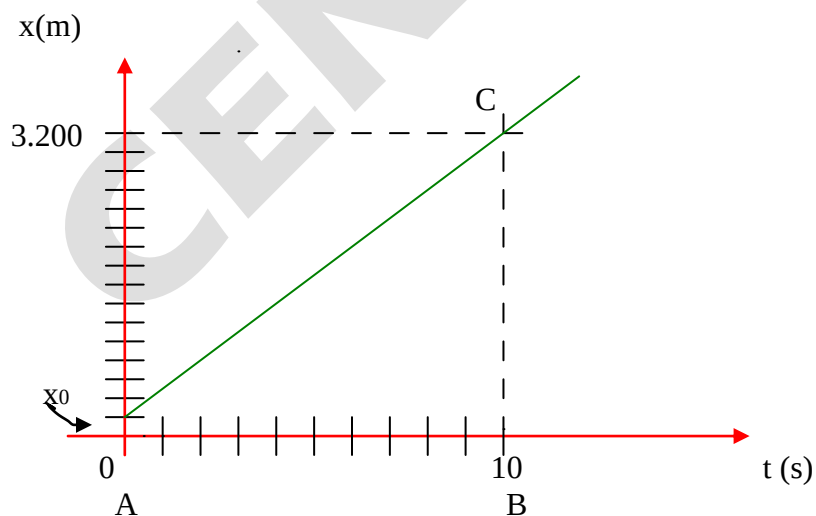
Si tenemos en cuenta el móvil de problema anterior, y calculamos las abscisas para $t = 0$ s y $t = 10$ s veremos que:

1) $x_0 = 200 \text{ m}$

2) $x_{10} = 3.200 \text{ m}$ Para poder representar estos valores en un diagrama (x-t) debemos usar, tanto escala de tiempo como escala de abscisas. Por ejemplo

a) para la escala de tiempo puede ser útil usar la relación $E_t = \frac{1 \text{ s}}{1 \text{ división}}$

b) y para la escala de abscisas podemos adoptar $E_x = \frac{200 \text{ m}}{1 \text{ división}}$



La función horaria representada es una función lineal del tiempo y su gráfica en un diagrama (x-t) es una línea recta donde su ordenada al origen representa a x_0 y cuya pendiente permite obtener la velocidad escalar instantánea. La velocidad puede

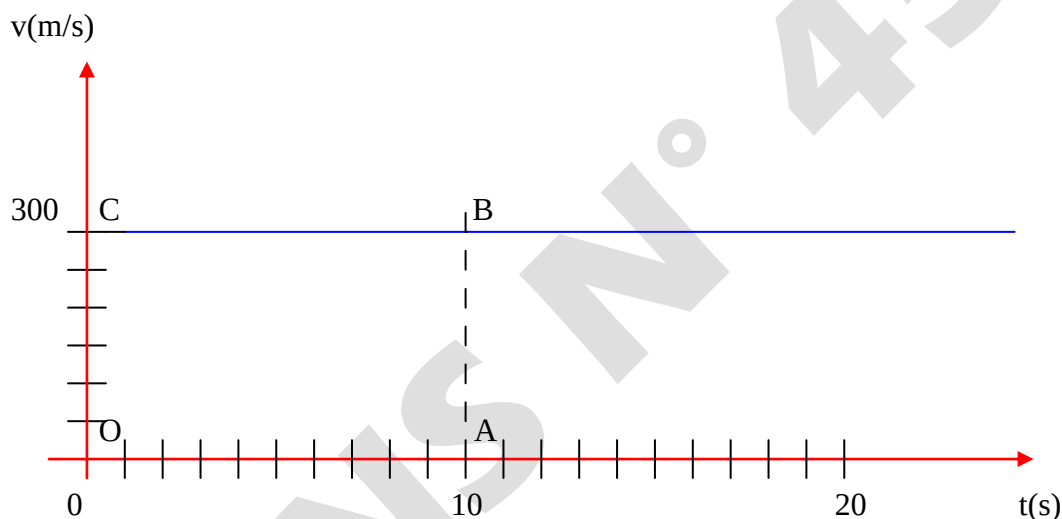
determinarse, hallando el valor de la tangente del ángulo que representa la pendiente de la recta.

$$\text{Es decir } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{3.000 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 300 \text{ m/s}, \text{ que es}$$

precisamente el valor de la velocidad escalar del móvil. Como la velocidad escalar se mantiene constante, resulta que su representación gráfica es una recta paralela al eje del tiempo.

$$\text{Usando como escalas } E_t = \frac{1 \text{ s}}{1 \text{ división}} \text{ y } E_v = \frac{50 \text{ m/s}}{1 \text{ división}}, \text{ resulta el}$$

gráfico siguiente:



Es importante destacar que la superficie encerrada entre la representación de la velocidad (recta horizontal), y el eje de tiempo, permite calcular el valor del intervalo de abscisa recorrido en ese tiempo.

Es decir: área de $\square OABC = \overline{OA} \cdot \overline{OC}$, pero $\overline{OA}$ representa 10 s y $\overline{OC}$ representa 300 m/s.:

Entonces: área de $\square OABC = 10 \text{ s} \cdot 300 \text{ m/s} = 3.000 \text{ m} = x - x_{10}$; lo que representa el intervalo de abscisa.

Como Ud. habrá notado, hemos cambiado el símbolo del producto ($\times$) por otro que también es utilizado con frecuencia y que es el punto ($\cdot$). Con respecto a las escalas, mencionaremos que pueden adoptarse otras como:

$$E_x = \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ cm}}, \quad E_t = \frac{1 \text{ s}}{2 \text{ cm}}, \quad E_v = \frac{100 \text{ m/s}}{5 \text{ mm}}, \quad \text{etc.}$$

Hasta ahora, hemos considerado movimientos, donde el móvil tenía siempre un mismo sentido de marcha. De no ser así, es decir de presentarse un caso en que el móvil cambie el sentido de marcha, el camino recorrido se calculará efectuando la suma de los valores absolutos de los intervalos de abscisas, lo cual expresado con símbolos queda:

$$\text{Camino recorrido} = |\Delta x|_{\text{ida}} + |\Delta x|_{\text{vuelta}}$$

Debemos ahora, considerar una nueva velocidad media, que indicaremos vel_m , y que se calcula haciendo el cociente entre la medida del camino recorrido y la medida del intervalo de tiempo empleado.

$$vel_m = \frac{\text{Camino recorrido}}{\text{intervalo de tiempo empleado}} = \frac{|\Delta x|_{\text{ida}} + |\Delta x|_{\text{vuelta}}}{\Delta t}$$

FÓRMULAS PARA RECORDAR

M.R.U (Movimiento Rectilíneo Uniforme)

$$V = \frac{D}{T}$$

Donde V = velocidad ($\frac{m}{s}$); distancia = (m); T = tiempo (s)

Despejes:

$$D = V \cdot T$$

$$T = \frac{D}{V}$$

MOVIMIENTO VARIADO

VELOCIDAD ESCALAR INSTANTÁNEA.

En aquellos movimientos, donde la velocidad de escalar media deja de ser constante, aunque el mismo siga siendo rectilíneo, recibe el nombre de variado. En este

media definida como: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ caso, la velocidad de escalar no coincide con la velocidad escalar instantánea. Sin embargo, cuanto más pequeño resulte Δt , el valor del cociente $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ se aproximará mas al valor de la velocidad escalar en un instante ubicado dentro del intervalo de tiempo Δt .

El hecho de hacer Δt cada vez más pequeño, es lo mismo que decir que tiende a cero, lo cual simbólicamente, se representa: $\Delta t \rightarrow 0$.

Definiremos entonces como velocidad escalar instantánea, a una nueva magnitud, cuyo valor se obtiene haciendo:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ cuando } \Delta t \rightarrow 0.$$

Tengamos en cuenta que, aunque Δt puede tener un valor extremadamente pequeño, el cociente $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ no tiene por que serlo, puesto que el móvil, puede en ese intervalo de tiempo, recorrer distancias muy grandes. Por ejemplo, un avión de combate puede recorrer 1.000 m en 1 segundo. Luego :

$$\frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ seg.}} = 1.000 \text{ m / s} = 3.600 \text{ km/h}$$

La velocidad de escalar instantánea se representa con el símbolo: v .

ACELERACIÓN ESCALAR INSTANTÁNEA

En el movimiento variado las velocidades instantáneas son distintas, y para poderlas conocer, es posible determinar una nueva magnitud. Esta recibe el nombre de aceleración escalar media (a_m), que se la define como la magnitud cuya medida resulta de efectuar el cociente entre la medida de la variación de la velocidad escalar instantánea (Δv) y la medida del intervalo de tiempo en que se produce dicha variación.

Es decir: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$; donde v_2 y v_1 son los valores de las

velocidades escalares instantáneas correspondientes a los tiempos t_2 y t_1 , respectivamente.

Razonando en forma análoga a la que utilizamos para la velocidad instantánea, definiremos a la aceleración instantánea como: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$; cuando $\Delta t \rightarrow 0$

La unidad para la aceleración se deduce de aplicar la igualdad anterior, ya que si Δv se mide en m/s y Δt en s, dicha unidad resultará en m/s².

Como la variación de la velocidad escalar (Δv), puede ser positiva o negativa, y como Δt es siempre positivo, la aceleración escalar resultará positiva o negativa respectivamente.

Es obvio que, si el movimiento es rectilíneo y uniforme, no existirá aceleración escalar pues Δv es nula ($\Delta v = 0$).

Cuando no exista ninguna posibilidad de confusión, llamaremos a la velocidad escalar instantánea y a la aceleración escalar instantánea, simplemente velocidad y aceleración escalar.

MOVIMIENTOS VARIADOS ACELERADO Y RETARDADO

Un movimiento se llama **acelerado** cuando el valor absoluto de la velocidad escalar aumenta. Por ejemplo:

- 1) Si $v_1 = 10$ m/s y 20 segundos después $v_2 = 40$ m/s, el movimiento es acelerado con aceleración escalar positiva.
- 2) Si $v_1 = -10$ m/s y 20 segundos después $v_2 = -40$ m/s, el movimiento es acelerado con aceleración escalar negativa.

En cambio un movimiento se llama **retardado** cuando el valor absoluto de la velocidad escalar disminuye. Por ejemplo:

- 1) Si $v_1 = 40$ m/s y 20 segundos después $v_2 = 10$ m/s, el movimiento es retardado con aceleración escalar negativa.
- 2) Si $v_1 = -40$ m/s y 20 segundos después $v_2 = -10$ m/s el movimiento es retardado con aceleración escalar positiva.

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Cuando en un movimiento la aceleración escalar media es constante (y no nula) para cualquier intervalo de tiempo, la aceleración escalar en cada instante (a) tiene el mismo valor que la aceleración escalar media (a_m). Diremos entonces que tal movimiento se llama movimiento uniforme variado, y si además, la trayectoria fuera una línea recta, entonces el movimiento será rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.).

Lo que significa que:
$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} = \text{constante} = a_m = a$$

Veamos a continuación, como podemos hacer para deducir la expresión de la velocidad escalar instantánea de un movimiento rectilíneo uniformemente variado. Si

tenemos en cuenta la expresión anterior, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ resulta que; $\Delta v = a \cdot \Delta t$,

pero $\Delta v = v - v_0$ (velocidad escalar final menos velocidad escalar inicial) y $\Delta t = t - t_0$ si $t_0 = 0$ entonces resulta que $\Delta t = t$.

Entonces: $v_f - v_0 = a \cdot t$; de donde :

$$v = v_0 + a \cdot t$$

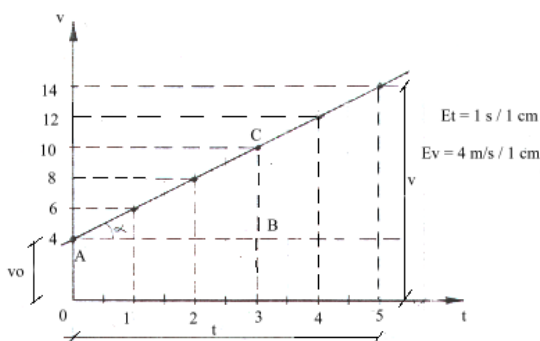
Esta es la ecuación de la velocidad escalar instantánea para el movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.).

Para reafirmar los conceptos que vimos, resolvamos el siguiente problema. Nos piden representar en un diagrama $v-t$ la velocidad en función del tiempo en un M.R.U.V., y nos dicen que $v_0 = 0$ y $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Si usamos la ecuación $v = v_0 + a \cdot t$, donde reemplazaremos a v_0 y a por sus respectivos valores, y le damos valores arbitrarios a t ; obtendremos:

t	0	1	2	3	4	5	6	En s
v	4	6	8	10	12	14	16	En m/s

Si, ahora llevamos estos valores a un diagrama, quedará entonces representada la ecuación $v = v_0 + a \cdot t$; cuya gráfica es una línea recta con ordenada en el origen igual a v_0 .



El valor de a está ligado a la pendiente de la recta. En efecto, ya que por definición el valor de la tangente del ángulo α es :

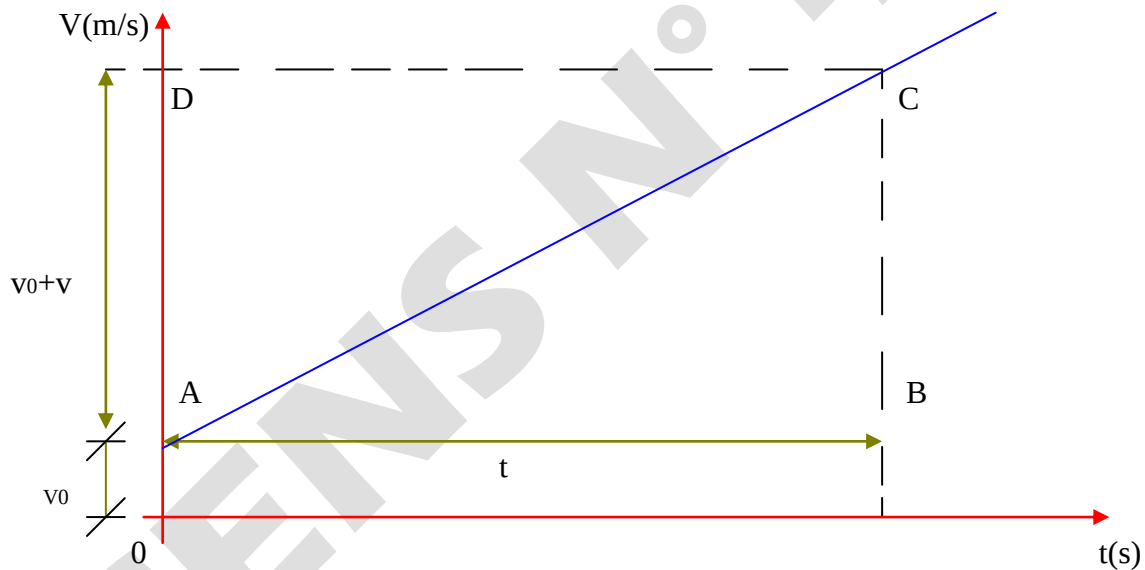
$$\text{tg } \alpha = \frac{BC}{AB}$$

Y como BC representa $\Delta v = 10 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$ y AB representa 3 s; se tendrá :

$$\frac{6 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \quad \text{que es la aceleración escalar del móvil.}$$

Nótese la coincidencia entre la expresión $v = v_0 + a \cdot t$, y la ecuación de la recta $y = b + m \cdot x$; donde b es la ordenada al origen y m la pendiente de la recta. Esta coincidencia es la que permite decir que en un M.R.U.V. la velocidad es una función lineal del tiempo. Cuando estudiamos el movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.), demostramos que el valor del área encerrada entre la gráfica $v = f(t)$ para un intervalo de tiempo (Δt), y el eje tiempos, nos permitía determinar el intervalo de abscisas. En el último gráfico, el que representa $v = f(t)$ para un movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.), y si seguimos el mismo procedimiento, obtendremos que la determinación del área; nuevamente representa el intervalo de abscisas en un intervalo de tiempo.

A modo de simplificación usaremos el siguiente gráfico:



Ahora bien, por simple inspección del gráfico y utilizando la fórmula del área del trapecio, en el triángulo formado por los puntos A, B, y C obtendremos :

$$\Delta x = x - x_0 = (v_0 + v) \cdot \frac{t}{2} \quad \text{y reemplazando} \quad v = v_0 + a \cdot t$$

$$x - x_0 = (v_0 + v_0 + a \cdot t) \cdot \frac{t}{2}$$

$$x - x_0 = \frac{\cancel{2} \cdot v_0 \cdot t}{\cancel{2}} + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

de donde:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

Finalmente dimos con la expresión de la función horaria que permite establecer la posición (abscisa) del móvil para cualquier valor del tiempo t , cuando se conocen los valores de la posición inicial x_0 , su velocidad inicial v_0 y su aceleración a ; o bien determinar el camino recorrido por el móvil calculando el valor absoluto de $(x - x_0)$.

Como ejercicio de aplicación de lo que hemos visto, resolvamos el siguiente problema que dice:

El desplazamiento de un móvil se produce a lo largo de una línea recta y en sentido de abscisas crecientes, con una aceleración escalar de 3 m/s^2 . En el instante $t = 0$ su posición es $x_0 = 2 \text{ m}$ y su velocidad escalar $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Obtengamos:

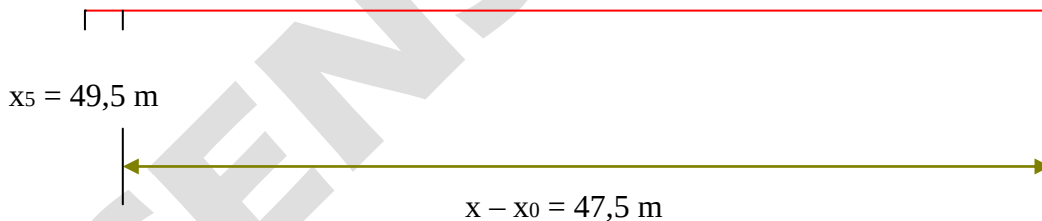
- La posición para $t = 5 \text{ s}$
- El valor del camino recorrido durante los 5 s

De acuerdo a lo visto, haremos:

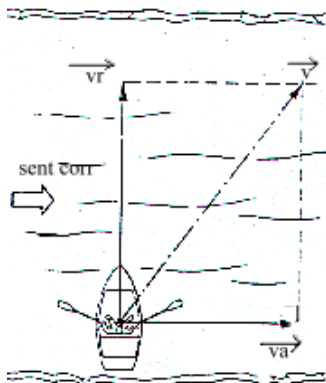
$$\begin{aligned} \text{a) } x &= x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ x_5 &= 2 \text{ m} + 2 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} 3 \text{ m/s}^2 \cdot 5^2 \text{ s}^2 \\ x_5 &= 2 \text{ m} + 10 \text{ m} + 37,5 \text{ m} = 49,5 \text{ m} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } x - x_0 &= 49,5 \text{ m} - 2 \text{ m} = 47,5 \text{ m} \\ 0 \quad x_0 &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$



LA VELOCIDAD Y LA ACELERACIÓN COMO MAGNITUDES VECTORIALES



Para comprender el concepto de que la velocidad, en ciertos casos, puede ser vista como una magnitud vectorial, analicemos juntos el siguiente ejemplo de movimiento rectilíneo uniforme:

Donde:

a) $\vec{V}_a$, es la velocidad del agua respecto de la tierra.

b) $\vec{V}_r$, es la velocidad del bote respecto del agua.

c) $\vec{V}$, es la velocidad del bote respecto de la tierra.

Para entender mejor lo que nos proponemos describir, haremos uso de nuestra imaginación, y supondremos que los movimientos del bote con respecto al agua y del agua respecto de la tierra, se producen en forma independiente.

Imaginemos primero que el bote se encuentra suspendido a cierta altura del agua, e inmóvil. En otras palabras, al encontrarnos quietos respecto de la tierra, veremos pasar el agua debajo nuestro, como si nos encontráramos sobre un puente. Es más, veríamos pasar objetos que arrastra la corriente, con cierta velocidad. Esta es la velocidad del

agua respecto de la tierra ($\vec{V}_a$).

Ahora, imaginaremos al río como una columna de agua en reposo, es decir, como si fuera tierra firme, y nuestro bote desplazándose a una cierta velocidad. Esta velocidad es con la que nosotros supuestamente nos acercáramos a la orilla. Esta es la velocidad

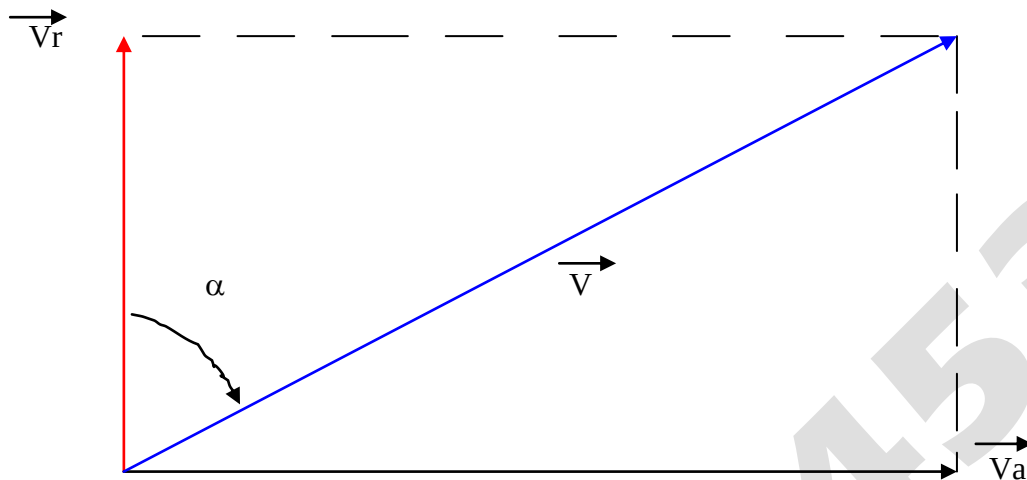
del bote con respecto al agua ($\vec{V}_r$). Las velocidades, tal como han sido definidas, representan magnitudes vectoriales, ya que mencionamos los elementos dirección, sentido e implícitamente, magnitud.

La velocidad final o resultante, será la suma de ambas, pero no una suma escalar, sino vectorial y será la velocidad real con que un observador situado en tierra firme nos

verá aproximar, dicha velocidad será $\vec{V} = \vec{V}_a + \vec{V}_r$.

Dicho observador verá en realidad que nuestro desplazamiento será en línea recta, pero por un lado de acercamiento a la costa, y por otro de desplazamiento en sentido de la corriente.

Por ejemplo, si $\vec{V}_a = 10 \text{ km/h}$ y $\vec{V}_r = 5 \text{ km/h}$, $\vec{V}_a$ resultará:



Para conocer el módulo de la velocidad, aplicaremos el Teorema de Pitágoras:

$$|V| = \sqrt{(V_r^2 + V_a^2)} = \sqrt{(5 \text{ m/s})^2 + (10 \text{ m/s})^2} = 11,18 \text{ m/s}$$

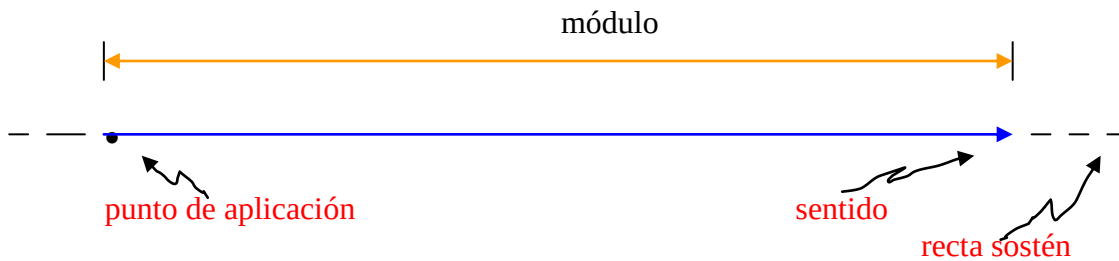
La dirección de la velocidad final respecto del eje longitudinal del bote, estará dada por el ángulo α , al que calcularemos aplicando funciones trigonométricas:

$$\text{Tg}(\alpha) = \frac{|V_a|}{|V_r|} = \frac{10 \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}} = 2 \quad \text{por lo que } \alpha \text{ será:}$$

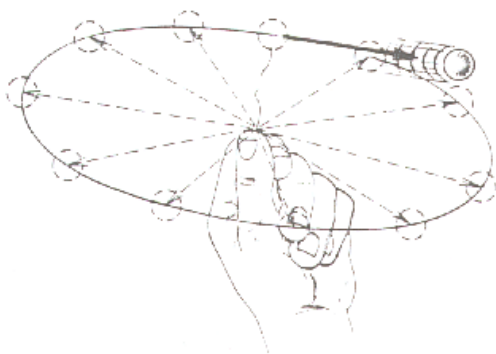
$$\alpha = \text{arc tg}(2) = 63,43^\circ$$

Al ser entonces la velocidad una magnitud vectorial, para poderla definir con exactitud será necesario especificar:

- a) **Recta sostén**, o recta que define la dirección del movimiento.
- b) **Sentido**.
- c) **Módulo**, o valor absoluto de la velocidad.
- d) **Punto de aplicación**.



Analicemos ahora la siguiente afirmación: **la velocidad es tangente a la trayectoria**. Para ello, veamos que ocurre cuando alguien suelta el extremo del hilo, con el que ató una piedra para hacerla girar alrededor de su mano. Si miramos con mucha atención (imaginemos poder observar las imágenes de una película cuadro por cuadro), veríamos algo similar a esto:

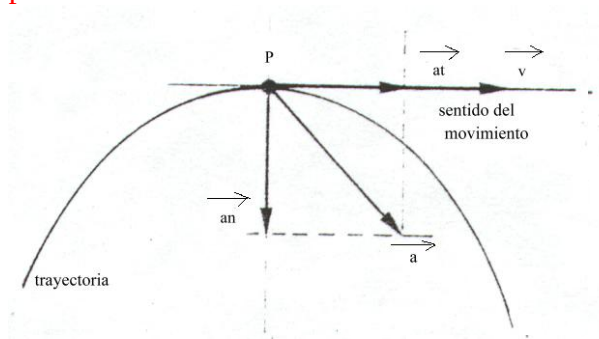


Tengamos presente que a partir de este momento, cuando leamos **velocidad** nos estaremos refiriendo a una magnitud vectorial

Recordando que, para definir con exactitud una magnitud vectorial, se necesita especificar cuatro elementos (recta sostén, sentido, módulo y punto de aplicación), un vector que cambie cualquiera de ellos; habrá cambiado. Podemos advertir entonces que en cualquier movimiento curvilíneo (donde la trayectoria es una curva), la **velocidad** cambia a cada instante aunque su **valor** permanezca constante; ya que lo que está cambiando es su dirección. **Podemos entonces ahora redefinir el M.R.U., como el movimiento de un punto que tiene velocidad constante.**

Cuando hablamos de aceleración, implícitamente lo hacemos de cambio o variación de la velocidad. Como la velocidad es una magnitud vectorial, su variación también lo será, y como consecuencia de ello, la aceleración también tendrá carácter vectorial. En el caso más general de movimiento, es decir, el movimiento curvilíneo; se comprueba que los vectores representativos de la velocidad y la aceleración forman entre sí un ángulo distinto de cero.

Entonces, en cada punto de la trayectoria, la aceleración tendrá dos componentes, una que será responsable del cambio en el módulo de la velocidad, y otra, del cambio en la dirección de la misma. La primera será tangente a la trayectoria, tal como lo es la dirección de la velocidad, y la segunda, perpendicular, ya que es la que produce precisamente los permanentes cambios en la dirección.



La componente que es tangente a la trayectoria se llama **aceleración tangencial** (a_t) y la perpendicular o normal a ella, **aceleración centrípeta** (a_n) por hallarse dirigida hacia su centro.

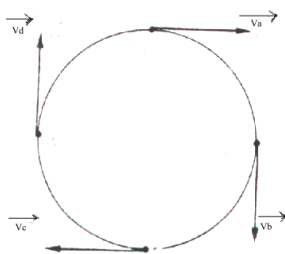
Podemos a continuación establecer lo siguiente:

- a) La aceleración es la suma vectorial de las aceleraciones tangencial y centrípeta.
- b) La aceleración tangencial solo aparece en movimientos variados, ya que en los movimientos uniformes no existe porque en ellos el valor o módulo de la velocidad permanece constante.
- c) La aceleración centrípeta solo aparece en movimientos curvilíneos, pues en los movimientos rectilíneos no hay cambios en la dirección de la velocidad.
- d) Como las aceleraciones tangencial y centrípeta son perpendiculares, el Teorema de Pitágoras permite aseverar que:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

- e) En los movimientos curvilíneos, la aceleración puede formar cualquier ángulo con el vector representativo de la velocidad y este ángulo determina una característica del movimiento. Si es curvilíneo y uniforme, el ángulo será recto ($= 90^\circ$), si es acelerado, el ángulo resultará agudo ($< 90^\circ$) y si es retardado, el ángulo será obtuso ($> 90^\circ$).

Con respecto a las afirmaciones efectuadas en el inciso e), podemos resaltar los aspectos siguientes:



Cuando el movimiento curvilíneo es uniforme la aceleración tangencial es nula, es decir $a_t = 0$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \vec{0} + \vec{a}_n = \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \vec{a}_n$$

Resumiendo, solo existe aceleración normal para asegurar los cambios en la dirección.

RESUMIENDO FORMULAS:

$$V_f = V_i \pm aT$$

$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 \cdot A \cdot d$$

$$x = x_i + V_i \cdot t \pm \frac{a t^2}{2}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

El signo “ $\pm$ ” se utiliza dependiendo del tipo de movimiento, si el movimiento es uniformemente

acelerado (M.U.A) se utiliza el signo “+” en cada una de las 3 formulas, ahora si el movimiento es

uniformemente retardado (M.U.R) usa el signo negativo

CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

CAIDA LIBRE

Aceleración de la gravedad.

Por medio de estudios realizados cuidadosamente se comprueba que los cuerpos que caen próximos a la superficie terrestre y en ausencia total de aire, es decir en el vacío, lo hacen con movimiento uniformemente acelerado. La aceleración de los cuerpos en caída libre es debida a la atracción terrestre, y recibe el nombre de **aceleración de la gravedad**. Su valor es aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$, lo que indica que el cuerpo en caída libre (es decir: que se lo deja caer sin mediar otra acción) aumenta su velocidad en $9,8 \text{ m/s}$ en cada segundo de caída.

El valor de la aceleración de la gravedad cambia en los distintos lugares de la superficie terrestre, variando desde los polos al ecuador desde $9,83 \text{ m/s}^2$ a $9,78 \text{ m/s}^2$.

A 45° de latitud y a nivel del mar el valor de la aceleración de la gravedad recibe el nombre de **aceleración normal** (g_0). Su valor en estas condiciones es $g_0 = 9,807 \text{ m/s}^2$.

Cuando se dice que un astronauta experimenta 10 g significa que ha experimentado una aceleración diez veces mayor que la aceleración de la gravedad normal.

TIRO VERTICAL

Si se arroja verticalmente y en el vacío un cuerpo hacia arriba se trata, como en caída libre, de un movimiento uniformemente variado con igual valor de aceleración.

FORMULAS DE LA CAIDA LIBRE Y DEL TIRO VERTICAL

Para ambos tipos de movimiento las ecuaciones que se utilizan para obtener la posición y la velocidad escalar del móvil en cualquier instante de tiempo, serán las que corresponden M.R.U.V. ; es decir: $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ y $v = v_0 + a \cdot t$

En este movimiento las abscisas (x), son reemplazadas por las alturas (h) y la aceleración escalar por la de la gravedad (g), por lo que a las expresiones anteriores las escribiremos como: $h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$ y $v = v_0 + g \cdot t$

El movimiento, y por lo tanto sus ecuaciones, tienen carácter relativo; en otras palabras, dependen del sistema de referencia que se adopte.

Cuando un móvil cae desde una cierta altura h_0 hacia la superficie terrestre, o es arrojado verticalmente hacia arriba, se lo podrá estudiar colocando el eje de abscisas con su origen coincidente tanto en la superficie terrestre como en el lugar en el que se inició el movimiento. La orientación positiva del eje de abscisas podrá o no ser coincidente con el sentido del movimiento. Veamos el siguiente gráfico para entender mejor lo expresado y analicemos los signos de v y a según el sentido que se le ha asignado al eje de referencia.



Es importante hacer la siguiente aclaración: Las ecuaciones más sencillas de trabajar son aquellas en las que se considera el origen y el sentido positivo del eje, coincidentes con el del movimiento. Es decir:

a) En caída libre, el sentido del eje “hacia abajo” y origen del punto de abscisa: punto desde donde se deja caer el objeto. Siendo las fórmulas a utilizar las siguientes:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

y

$$v = g \cdot t$$

En donde : $t^2 = \frac{2 \cdot h}{g}$

y

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

en donde se considerará solo el signo positivo, por carecer de sentido físico el valor de t negativo.

$$\text{Siendo además, } v = g \cdot t, \text{ reemplazando } v = g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{g^2 \cdot 2 \cdot h}{g}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

b) En tiro vertical, el sentido del eje será “hacia arriba” y el origen del eje de abscisas: el punto de lanzamiento del cuerpo. Las fórmulas para el caso serán:

$$h = -h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v = v_0 - g \cdot t$$

También pueden deducirse la altura y el tiempo de culminación, teniendo como dato la velocidad de lanzamiento. Cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba y verticalmente, su velocidad va disminuyendo hasta anularse. El tiempo empleado y el camino recorrido en tal caso, se denominan tiempo y camino de culminación respectivamente.

En el punto de culminación se cumple que $v = 0$, luego $0 = v_0 - g \cdot t_c$, de

donde, $t_c = \frac{v_0}{g}$ y reemplazando en la ecuación de altura tendremos,

$$h_c = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \text{ o bien,}$$

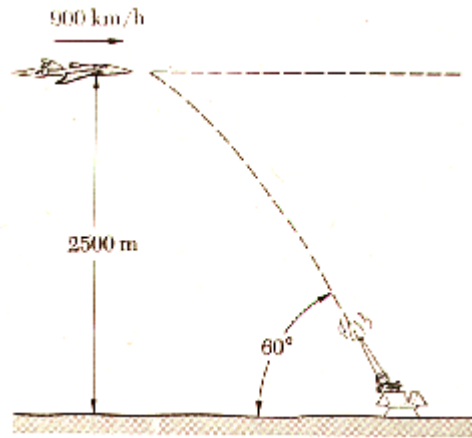
$$h_c = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

TIRO OBLICUO EN EL VACÍO

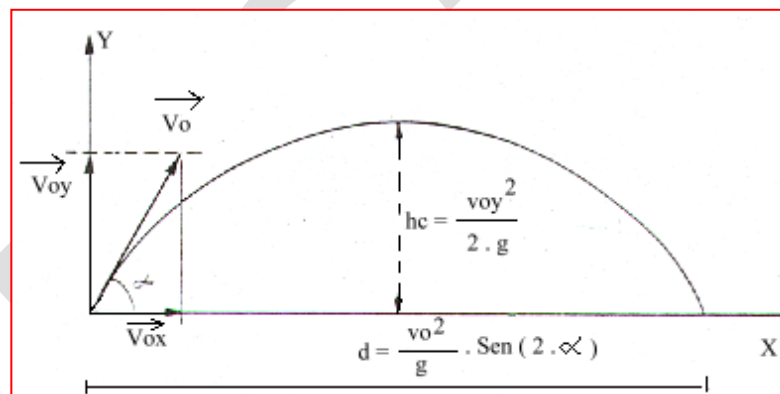
La trayectoria que describe un proyectil disparado por un cañón es un caso de tiro oblicuo. En efecto, el movimiento del proyectil en el vacío resulta de la composición de dos movimientos:

- a) Un movimiento horizontal rectilíneo y uniforme.
- b) Un movimiento vertical uniformemente variado, el cual es retardado hasta el punto de culminación y acelerado después.

Por lo expuesto podemos afirmar que la trayectoria será parabólica.



Para determinar la altura de culminación (h_c) y el alcance horizontal (d) se descompone a la velocidad de lanzamiento $\vec{v_0}$ en dos componentes según los ejes x e y , y que son respectivamente $\vec{v_{0x}}$ y $\vec{v_{0y}}$.



Donde v_{0x} es la velocidad horizontal y es constante, y v_{0y} es la velocidad vertical y es variable. Los valores de estas componentes pueden ponerse en función del ángulo α :

$$\vec{v_{0x}} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \quad \text{y} \quad \vec{v_{0y}} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

Es importante destacar que, en situaciones como estas, es aplicable el llamado principio de “independencia de los movimientos”, el cual enuncia que: ambos movimientos (tanto el horizontal como el vertical) se producen independientemente, o sea que la posición que ocupa el proyectil después de un cierto tiempo de efectuado el disparo, es la misma

que si los movimientos se desarrollaran a la vez o no. En otras palabras, podríamos descomponer el movimiento en dos, uno horizontal con velocidad v_{0x} constante (M.R.U), y el otro; como si fuera tiro vertical (M.R.U.V).

Entonces:
$$h_c = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g} = \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \cdot \text{Sen}^2(\alpha) \quad , \text{ además}$$

$$t_c = \frac{v}{g} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cdot \text{Sen}(\alpha)}{g}$$

El tiempo que tarda el proyectil para subir es igual al que tarda para bajar, es decir

$$t = 2 \cdot t_c = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \text{Sen}(\alpha)}{g}$$

aplicando el principio de independencia, podemos asegurar que el alcance horizontal dependerá del tiempo total (t), por lo que:

$$d = v_{0x} \cdot t = v \cdot \text{Cos}(\alpha) \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \text{Sen}(\alpha)}{g}$$

$$d = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \cdot \text{Sen}(\alpha) \cdot \text{Cos}(\alpha)$$

y como: $2 \cdot \text{Sen}(\alpha) \cdot \text{Cos}(\alpha) = \text{Sen}(2 \cdot \alpha) \quad , \quad \text{luego:}$

$$d = \frac{v_0^2}{g} \cdot \text{Sen}(2 \cdot \alpha)$$

y si necesitáramos calcular α en función de V_0 y d, hacemos:

$$\text{Sen}(2 \cdot \alpha) = \frac{d \cdot g}{V_0^2} \quad \text{y} \quad 2 \cdot \alpha = \text{Arcsen}\left(\frac{d \cdot g}{V_0^2}\right)$$

Finalmente:
$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \text{Arcsen}\left(\frac{d \cdot g}{V_0^2}\right)$$